

全要素生産性の変動とその要因 についての時系列解析

慶応義塾大学 総合政策学部4年 堀田朋也

概要

本稿では、一般的な視点から技術進歩を取り上げ、それを生み出す要因と変動パターンを統計的手法（時系列分析）によって検討した。技術進歩（全要素生産性：TFP）は通常、経済成長率から資本・労働など要素投入の寄与率を差し引いた残差（ソロー残差）として捉えられる。技術進歩をこのようにTFPの変動として捉えた場合、それは、(1) 技術進歩それ自体による変動、(2) 技術進歩以外の要因（景気変動、外生的ショックなど）による変動、に分けられる。まず第1に、TFPが、技術進歩に影響すると考えられる経済変数（研究開発投資、教育支出、技術輸入等）によって説明可能かどうかを2つのモデル、すなわち (a) 重回帰モデル、(b) カルマンフィルタによって推定した変動パラメータモデル、によって検証した。その結果、(1) それら変数によって大半は説明可能であること、(2) 2つのモデルのうち (b) のモデルの方がより高い説明力をもつこと、が判明した。第2に、技術が生み出すという技術の自己回帰的側面は存在するのかどうかを、最も基本的な時系列分析のモデル（ARIMAモデル）で検証した。それによれば、TFPの変動を決定するひとつの要因としてそうした側面がある程度あるとの結果が得られた。第3に、上記の2つの変動（TFPの変動、技術の自己回帰的変動）にどのような周期性があるのかを検討した（スペクトル解析）。その結果、(1) TFPの変動においては5年周期の波が最も強い影響を持つこと（これは日本のこれまでの景気変動が1回平均5年弱であることと整合的）、(2) 技術の自己回帰的な動きは、5年から9年で起こっていること（10年以上前に生み出された技術は今の技術の源泉となっているものの、今ある技術を直接的に生み出したわけではない）、が明らかになった。今後、技術進歩率を高めるためには、(a) 労働者の質の向上、(b) 情報関連資本ストックの蓄積とその質の向上、(c) 研究開発投資の奨励、(d) 積極的な技術輸入、などが重要になると考えられる。

キーワード

TFP・状態空間モデル・ARIMAモデル・スペクトル解析・パワースペクトル

目次

1	はじめに	4
2	TFP に関する説明と推計方法	6
2.1	技術進歩に関する基本的見解とその伝播	6
2.2	本稿で扱う TFP の概念	6
2.3	TFP の推計方法	8
3	状態空間モデルによる TFP の推計	11
3.1	状態空間モデルの概略	11
3.2	基本モデルの定式化に関する補足説明	13
3.2.1	状態遷移行列の決定	14
3.2.2	雑音の設定	14
3.3	状態空間モデルの推定 (1)	15
3.3.1	状態遷移行列と制御項の変換行列の決定	15
3.3.2	観測方程式の設定	17
3.3.3	状態雑音と観測雑音の設定	18
3.4	状態空間モデルの推定 (2)	22
3.4.1	初期ベクトルと分散の設定	23
3.4.2	時変パラメータモデルによる推定	24
3.5	分析と結果の考察	26
4	ARMA モデルによる TFP の分析	30
4.1	ARMA モデルの導出	31
4.1.1	AR モデル	31
4.1.2	MA モデル	33
4.1.3	ARMA モデルと ARIMA モデル	33
4.2	モデルの定式化	35
4.3	モデルによる予測とその考察	45

5	スペクトル解析	49
5.1	フーリエ変換	49
5.2	定常過程 x_t のパワースペクトル	52
5.2.1	定常過程 x_t のパワースペクトル推定式の導出	52
5.2.2	パワースペクトルの推定	54
5.3	ARMA モデルのパワースペクトル	55
5.3.1	ARMA モデルのパワースペクトル推定式	57
5.4	まとめと考察	59
6	総括	60
6.1	結論	60
6.2	政策提言	61
A	重回帰モデルによる TFP の要因分解	63
B	情報関連ストックの推計方法	66
C	情報関連資本ストックの質の推計方法	68
D	データの出所	71

1 はじめに

近年になるにつれ、少子高齢化社会の進展が日本の経済成長力を低下させるのではないかと、という議論がなされることも多い。これはつまり、労働力人口の低下が、生産力の低下につながるということの意味する。生産力としての労働者が減少することで、生産規模が小さくなると懸念されているのである。

しかしながら、資本や労働の限界生産物が低下することは、新古典派の命題として良く知られた事実である。言い換えるなら、資本や労働の投入の増大では、高成長を持続し続けることはできないとい。よって、長期的に見た経済成長を達成させるために必要であるのは、豊富な労働力や資本ではなく、技術進歩なのである。

従来、新古典派の経済成長理論においては、技術進歩というものを経済成長率に対する資本・労働等の投入寄与を差し引いた残差(ソロー残差)とし、外生的なものとして捉えていた。ところで、新古典派の経済成長理論においては長期的な成長を産み出す源泉は技術進歩であるとしている。ということは、新古典派の経済成長理論では、長期的に見た経済成長を説明できないということになる。

経済成長の源泉について、新古典派の経済成長理論が無力であることは、多くの経済学者を満足させるものではなかった。そういった背景もあり、近年になって、技術進歩を様々な経済変数によって説明しようとする動きが活発になってきている。その端的なものが内生的経済成長理論である。

そこで本稿では、経済成長の長期的な源泉である TFP(全要素生産性)を、時系列分析の手法を用いて分析する。その際、多くの研究でなされているような新古典派の経済成長理論を用いた形での分析ではなく、TFP 系列そのものが持つ情報を抽出し、解析することを目的としている。これは、時系列分析においては重要な視点であり、理論モデルによる分析とは異なる情報を得ることができる。

分析をする目的は次の3点である。第1は、TFPの動きをそれに影響を与えると考えられる経済変数によって記述可能であるかを明らかにすることである。もし、TFPの動きが関連すると考えられる経済変数によって記述可能であるなら、もはや TFP を外生的なも

のとして扱うのではなく、積極的に1つの変数として扱うことができるようになる¹。第2は、技術が新しい技術を産み出すという自己回帰的な側面の存在に関する検証である。既存の技術が次の技術を産み出す原動力となることは容易に想像できる。技術の持つこの側面がマクロ的な視野から眺めた場合においても見られるのかについて検証を行う。第3は、TFP 系列を様々な周期性をもった波に分解し、それぞれが持つ影響力をもとめ、TFP の変動の背後にあるメカニズムを分析することである。この分析は、TFP の動きが景気変動の影響を受けるとする議論の可否に関して実証的な根拠を与えるとともに、その周期性を明らかにする。さらには、技術進歩の自己回帰的な側面についても、その周期を明示的にするのである。

まず、第2節においては、状態空間モデルを用いて TFP を記述し、カルマンフィルタの手法によって TFP を説明する変数の係数を推定する。その際、固定パラメータモデルと変動パラメータモデルの両者を用いて、その違いを概観する。第3節では、TFP が自己回帰的な変動を見せるという点に鑑み、ARIMA モデルによる予測・推定を行う。そして、TFP の変動について短期的な側面と長期的な側面から、ARIMA モデルによる予測精度と TFP の動きに関する情報を分析する。第4節では、TFP 系列の動きに与える様々な周期の波の存在に着目し、スペクトル解析の手法の1つであるパワースペクトルをもとめ、TFP がいかなる周期性の波から強い影響を受けているのかを明らかにすることにする。最後に第5節では、TFP の動きに関してのまとめを行い、TFP を向上させるための政策提言を行う。

¹ 例えば、労働投入量は労働力×労働時間として、そして資本ストックは年ごとの総固定資本形成から除去率や陳腐化などを考慮して推計される。両者とも、労働力投入量や資本ストックそのものではなく、それらと関連の深い経済変数によって推計されたものであると言える。同様の視点から、TFP と関連の深い経済変数がわかり、またその関係が時間を通じて変化しないならば、TFP の推計も可能になるのではと考えられる。

2 TFPに関する説明と推計方法

2.1 技術進歩に関する基本的見解とその伝播

新古典派経済成長モデルでは、技術進歩に関して次のような仮定を置いている²。第1は、技術進歩は新たな発見や発明によってもたらされるもので、その水準を内生的に動かすことはできないというものである。これによるなら、研究開発投資や政府の教育政策などは、技術進歩のペースを早めるだけで、長期的に見た技術水準を高めることはないと言える。第2は、技術は情報の形で自由に伝播するというものである。これはつまり、たとえある時点で技術水準の高い国と低い国があったとしても、技術が情報の形で伝播することによって、技術水準は平準化すると考えられるのである。

一方、内生的経済成長理論は、技術に対して次のような仮定を置いている。第1は、技術水準は政府によって操作可能な政策変数というものである。これは、教育政策推進や研究開発投資を活性化させる政策を実行することで、望ましい技術水準へと近づくことが可能であるというものである。第2は、技術は自由に伝播するものではなく、伝播する段階において何らかの条件を満たす必要があるというものである。これは、新しい技術を修得するためには、ある程度の能力が必要になることを意味している。

2.2 本稿で扱う TFP の概念

マクロ経済の視点から見た技術進歩については、上記の2つの経済成長理論のよる分析が一般的である³。けれども、本稿では経済成長理論の枠組みから1国の技術進歩を捉えるのではなく、TFPの変動それ自体に注目することで、TFPが持つ情報を明らかにし、そこから演繹的なかたちで技術進歩を捉えようと試みる。

基本的に、経済分析は計量モデルによるものが一般的である。たしかに、経済変数間の理論的關係が明らかになっている場合には、計量モデルによる推計は強力な手法である。しかしながら、理論的な関係やその動きに関するコンセンサスが得られていない場合には、理論モデルはモデル選択者の恣意性が反映され、むしろ一般性を失う可能性がある。この

² 秋山(1999)を参考にしている。

³ 例えば、堀田(1999)は、東アジアの高成長について、新古典派経済成長理論と内生的経済成長理論の両枠組みから、実証的な再検討を加えている。

様な時には、時系列分析の手法を用いることで分析対象に対する恣意性を極力排除し、その経済変数の持つ情報を得ることで、経済変数の変動に関する理解が深まると考えられる。つまり、本稿でTFPを多角的な形で時系列解析をする理由は、TFPの変動が持つ情報そのものを抽出し、それ自体からTFPについての理解を深めようとするためなのである。

ここで本稿で取り扱うTFPの概念について説明を行っておく。TFPとは全要素生産性、もしくはソロー残差と呼ばれている。後者の呼び名は、後で説明するように、TFPが経済成長率からの投入寄与の残差として得られることに由来する。このTFPは、(A)技術進歩、(B)経済の効率性、によって構成されている。前者はマクロ的に見た技術進歩を意味し、新しい技術が発明されて経済へと組み込まれることによって、マクロ的に見た技術水準が上昇することを意味している。これはつまり、資本ストックの質が上昇したり労働者の質が向上することで、経済の効率性が上昇し、生産要素の投入一単位当りの生産額が高まることを表している。後者は、技術進歩以外で、経済の効率性に影響を与える要因を意味している。例えば、短期的な景気変動による資本や労働の効率性の変化は、それらの質とは関係なく生産性を変化させる。これら、資本や労働者の質に関係すると考えられる技術進歩以外の側面を、TFPは含んでいると考えるのである。

そこで本稿では、TFPの動きというものを、(1)純然たる技術進歩による部分、(2)技術進歩以外の短期的な景気変動による部分、にわけて考えられると仮定している。

景気変動による部分とは、景気変動が資本や労働に対して与える影響のうち、それらが吸収できなかった部分がTFPに対して与える影響である。例えば、景気が悪化したとしても、ストックや労働の調整はすぐには進まない。これは、資本や労働などの投入物を固定費として考え、その水準を短期的な景気変動では変えようとしなからである。つまり、景気変動による影響が効率性の低下としてTFPに影響を与えるのである。一方、技術進歩による変化については、(1)人的資本の蓄積、(2)研究開発投資、(3)情報関連ストック、(4)情報関連ストックの質的变化、(5)技術の自己回帰的な変化、(6)技術輸入、によって説明可能であると考えている。

質的に見た人的資本の蓄積や研究開発投資が技術進歩を産み出す原動力となることは容易に想像できる。情報関連資本ストックやその質的变化が技術進歩をもたらすのは、新しい技術を作り出すためには、それを可能にする既存の技術が必要となるからである。それ

は、新しいコンピューターを作り出すためには、やはりその時点においてコンピューターかもしくはそれに類似する製品の存在が必要になるからである。同様に、自己回帰的变化については、現在ある技術や新しく産み出された技術が、次の技術を産み出す原動力となることを意味している。最後に技術輸入は、外国から新しい技術を輸入することで、国内における技術水準を向上させるのである。

本稿では、これらの要因のうち、何がTFPに対して与える影響が大きいのかについて論じ、TFPの予測可能性について議論を行う。なお、TFPの動きは、次小節で述べるように経済成長率から資本と労働の投入寄与度を差し引いた残差（ソロー残差）として取り扱う。よって、中谷(1993)に述べられているように、ソロー残差が変化することによって経済成長率が高まったと考えるのではなく、経済成長率の変化がソロー残差が変動するという方向で考えている。

もっとも、TFPが経済成長の原動力ではないということを言っているのではない。たしかに、TFPのうちで技術進歩の部分は、経済成長をドライブする要素であろう。重要なのは、経済の効率性を含めた概念であるTFPと技術進歩が、まったく同じものでないということなのである。

2.3 TFPの推計方法

本稿ではTFPのデータを多角的な側面から分析するわけであるが、ここでは、その推定方法について説明を行う。

一国のマクロ生産関数が、

$$Y = AK^aL^{1-a} \quad (1)$$

として表されるとする。この式の両辺の対数を取ると、

$$\log Y = \log A + a \log K + (1 - a) \log L \quad (2)$$

となるので、時間 t で微分し、単年度ごとの離散型にすると、

$$\frac{\dot{Y}}{Y} = \frac{\dot{A}}{A} + a \frac{\dot{K}}{K} + (1 - a) \frac{\dot{L}}{L} \quad (3)$$

となる。これを、 $\frac{\dot{A}}{A}$ について解くと、

$$\frac{\dot{A}}{A} = \frac{\dot{Y}}{Y} - a \frac{\dot{K}}{K} - (1-a) \frac{\dot{L}}{L} \quad (4)$$

が得られる。この式は、経済成長率から資本と労働の成長率にによる寄与度を差し引いた値として TFP が与えられることを表している。

次に、 a の方法について説明する。2式の両辺から $\log L$ を差し引くと、

$$\log \frac{Y}{L} = \log A + a \log \frac{K}{L} \quad (5)$$

となるので、この回帰式を推定することで a を求めた。推定結果は、表1である。

	係数	(t 値)
$\log A$	28.3023	(378.22)
a	.581957	(69.30)
$adj.R^2$.9952	;DW 1.59

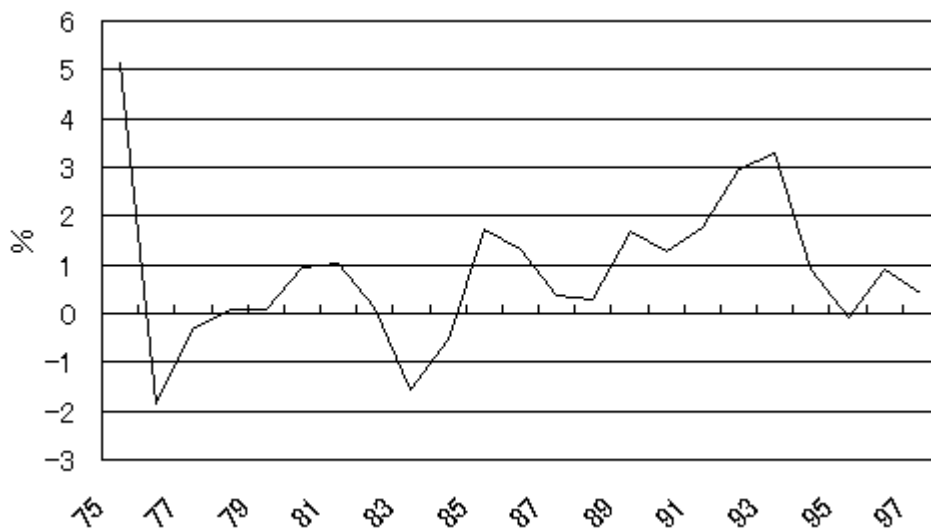


図 1: TFP 推計結果

注) 縦軸は、TFP 成長率を表す

一般的に、TFPは、経済成長率に対する寄与度として表す場合と、変化の程度(伸び)として表す場合の2通りの表現の仕方がある。図1におけるTFPは前者の方法をとっている。けれども、本稿では後者の方法をとる。これら2つの手法は、具体的には、成長率で見たTFPが $\frac{\Delta}{A}$ として表されるなら、変化の程度としてのTFPは $\log A$ として表される⁴。

これには次のような理由がある。それは、技術進歩に影響を与えるであろう変数を上述したが、それらの変化率はその期の技術進歩をもたらすとは考えず、それ以前からの蓄積が技術進歩をもたらすと考えるからである。よって、TFPを成長率として捉えた分析では、説明変数も成長率換算しなくてはならないので、問題が生じてしまう。以上から、TFPの伸びを対象として分析を行ったのである。

⁴ 例えば、GDPが500兆円でその伸びが50兆円であったとき、成長率は10%として表され、変化の程度(伸び)は50兆円として表される。今回のTFPの変化は、後者、つまりTFPの伸びについての分析を行っているのである。

3 状態空間モデルによる TFP の推計

状態空間モデルは、本来は制御工学の研究者によって開発された。その中心をなすフィルタリング (filtering) 理論は、Wiener や Kalman を初めとして、1960 年代に工学の分野で発展してきた。経済学に応用され始めたのは、1970 年代に入ってからのことである⁵。

状態空間モデルの特徴は、経済時系列を観測方程式と遷移方程式という 2 つの方程式によって表現し、その変化を観測雑音や状態雑音などの動きに求める点である。そして、残差やパラメータを逐次計算することも重要な要素であると言える。本節では、この状態空間モデルを用いて、TFP の動きの推定を行う。そこで、まずは状態空間モデルの概略を紹介し、実際にモデルの推定を行った後で TFP の動きを推定および予測し、その予測可能性について論じることにする⁶。

本節の目的は、TFP の変動のうちで、技術進歩に関わる部分がどれほどであるのかということを、それを説明する変数で記述することによって明らかにすることである。つまり言うなら、TFP の持つ情報を、その他の経済変数によって説明可能であるかを検証することであるとも言える。

3.1 状態空間モデルの概略

システムが時間の経過により刻々と変化し、自らの過去の状態の影響を受けているという場合、そのシステムは動的システムと呼ばれる⁷。その時間的変化の記述は、システムを構成する変数 (状態変数) の時間的変化によって記述される。

状態空間モデル (state-space model) は、次のように、状態遷移方程式 (measurement equation : 6 式) と観測方程式 (transition equation : 7 式) の 2 つの式によって表現される。すなわち、

$$\mathbf{x}_{t+1} = \Theta_{t+1,t}\mathbf{x}_t + \Gamma_{t+1,t}\mathbf{u}_t + \mathbf{v}_t \quad (6)$$

⁵ (1) 可変パラメータモデル, (2) 自己回帰移動平均モデル, (3) 季節調整モデル, (4) 経済変数の予測問題, (5) 恒常消費または恒常所得の推定等, 観測されない変数を推定すること, などに対して状態空間モデルは有効である。

⁶ 本節の分析は、杉原 (1998), 谷崎 (1993), 和合・伴 (1996) を参考にしている。

⁷ システムとは関数の様なもので、ある変数間の関係が $y = ax$ として記述される場合、 x をシステムへとインプットすることで y を得ることができる。ここで a は伝達関数としての役割を果たすわけだが、動的システムとはこの a が時間 t の関数になっていることを意味している。

$$y_t = H_t x_t + w_t \quad (7)$$

- $\Theta_{t+1,t}$: 時点 t から時点 $t+1$ へのシステムの状態遷移行列
- $\Gamma_{t+1,t}$: 時点 t から時点 $t+1$ への制御変数の状態変数へ影響する変換行列
- H_t : 時点 t における状態変数から観測変数への変換行列
- x_t : 状態ベクトル
- y_t : 観測ベクトル
- u_t : 制御ベクトル
- v_t : 状態雑音ベクトル
- w_t : 観測雑音ベクトル

遷移行列とは、状態ベクトル (x_t) の遷移の遷移を表す行列で、その名の示す通り、次の性質を持つ。

$$\left. \begin{aligned} \Theta_{t_2,t_0} &= \Theta_{t_2,t_1} \Theta_{t_1,t_0} \\ \Theta_{t_2,t_1} &= \Theta_{t_1,t_2}^{-1} \\ \Theta_{t_i,t_i} &= I \quad (I \text{ は単位行列}) \end{aligned} \right\} \quad (8)$$

これらの式は、(1) 各時点の遷移行列の積が最終時点における遷移となること、(2) 時間的逆の遷移、(3) 恒等の遷移、を表している。また、変換行列 ($\Gamma_{t+1,t}$) とは、制御ベクトル u_t の時点 t から時点 $t+1$ への変換を表す行列である。制御項とは、モデルの外部から与えられ、システムを制御し、状態をドライブするものである。

さらに、雑音には状態雑音と観測雑音の2種類がある。状態雑音とはシステムの記述におけるダイナミクスで記述しきれない部分を雑音という部分で補ったものであると言える。一方、観測雑音とは、状態ベクトルの値に混入し、観測ベクトルを構成するものである。

⁸ . ここで、状態雑音と観測雑音は、次の仮定を満たしている。

$$\left. \begin{aligned} E[v_t] &= 0 \\ E[v_{t-k} v_{t-l}^t] &= \sigma_v^2 \delta_{kl} \\ E[w_t] &= 0 \\ E[w_{t-k} w_{t-l}] &= \sigma_w^2 \delta_{kl} \end{aligned} \right\} \quad (9)$$

つまり、6式は、 t 期の状態ベクトルが状態遷移行列によって $t+1$ 期の値へと遷移し、それに変換行列によって与えられる制御項と状態雑音が加えられることで $t+1$ 期の推定値

⁸ フィルタリングとは、観測値から定まった方式と基準により、観測雑音を除去し、真の値を推定することである。よって、状態空間モデルにおいては、これらの雑音の設定が重要な位置を占める。

が得られることを表している。そして7式は、その得られた推定値に観測雑音を加えることによって、観測ベクトルが求められることを意味している。

一般的に、フィルタリングとは、雑音の混入した信号から得ようとする信号を分離・抽出することを言う。すなわち、時系列データを解析してそこから統計的な特性に関して意味のある情報を取り出そうとする手法のことである。これを離散系において定式化するなら、

$$y_t = x_t + w_t \quad (10)$$

$$e_t = y_t - x_t^* \quad (11)$$

となる。フィルタリングとは、この式における e_t を最小にすることを意味し、そのような推定値 x_t^* を求める機構をフィルタという。本節では、一般性の高さから考え、カルマンフィルタを用いて、状態システムの推定を行う⁹、¹⁰

3.2 基本モデルの定式化に関する補足説明

ここで再び状態空間モデルを示しておく。

$$x_{t+1} = \Theta_{t+1,t}x_t + \Gamma_{t+1,t}u_t + v_t \quad (12)$$

$$y_t = H_t x_t + w_t \quad (13)$$

状態空間モデルをもちいてシステムを推定するためには、このモデルに状態ベクトルや状態遷移行列、変換行列、制御項、状態雑音、観測雑音などを与えてやる必要がある。ここでは簡単に、状態遷移行列と状態雑音と観測雑音の与え方について説明をする。

⁹ 例えば、カルマンフィルタは、定常仮定を前提とせず、また観測値も有限であることを許容するなど、ウィーナフィルタに比べて一般性が高い(広松・浪花; 1990)

¹⁰ なお、フィルタリングは、予測をしようとする時点によって、次の3つに分類されている。

- 平滑 (Smoothing) : 時点 t において、過去の観測値 $y_{t-\tau}$ の推定を行い、その推定値を求めること
- 濾波 (Filtering) : 時点 t において、現在の観測値 y_t の推定を行い、その推定値を求めること
- 予測 (Prediction) : 時点 t において、未来の予測値 $y_{t+\tau}$ の推定を行い、その推定値を求めること

3.2.1 状態遷移行列の決定

状態遷移行列は状態ベクトルの時間的な振る舞いを表現するものである。したがって、時点 t から時点 $t+1$ の間における状態ベクトルの動作を記述する必要がある。しかしながら、工学系の状態とは異なり、経済時系列データに関しては因果関係が明確ではないものも多い。よって、状態変化を明確に記述することは、困難な場合がある。さらには、重回帰モデルの場合と同様に、次のような問題を考慮にいたした上で変数を選択し、遷移行列を決めてやる必要がある。(1) 状態ベクトルを構成する各変数についての多重共線性の問題。(2) 自己回帰の次数の選定。(3) 状態ベクトルを構成する変数の選定。1つ目のものは、状態ベクトルを構成する変数として、独立性の高いものを選ぶことである。2つ目のものは、自己回帰モデルを状態空間表現によって推定する場合に問題となる。3つ目のものは、ステップワイズ法によって行われる裁量推定式の選択と同じ問題であり、モデル式の重相関係数やF検定などで検討すべきものである。

3.2.2 雑音の設定

カルマンフィルタは、そのドライブの根源に状態雑音をおいている。いま、制御項が無い場合を考えると、状態方程式から、

$$\mathbf{v}_t = \mathbf{x}_{t-1} - \Theta_{t+1,t} \mathbf{x}_t \quad (14)$$

と書くことができる。これにより、状態雑音 \mathbf{v}_t は状態ベクトルのダイナミクスによって説明できなかつた誤差であると考えられる。例えば、第2項の変化を重回帰モデルであると考えれば、誤差部分は重回帰モデルの決定係数の残りの部分と言うこともできる。

観測雑音については、工学上のモデルとは異なり、設定が難しい。例えば、時系列をT(Trend), C(Circular Variation), S(Seasonal Variation), I(Irregular Variation), に分解し、抽出したI成分を観測雑音とすることも考えられる。また、1時点前の観測ベクトルの予測値と観測値の差を観測雑音として設定する場合も考えられる。この場合、共分散は、

$$\mathbf{W}_{jt} = (\mathbf{y}_{jt-1} - \mathbf{H}_{t-1} \mathbf{x}_{t-1})^2 \quad (15)$$

となり、サイクルの更新ごとに自動発生させることになる。

3.3 状態空間モデルの推定(1)

カルマンフィルタの推定方法を用いるなら、通常の回帰分析とは異なる形で時変パラメータモデルを扱うことができる¹¹。また、回帰分析では誤差として与えられていたものを雑音という明示的な形でモデルに取り込むことも可能であり、制御項の存在も合わせて考えるなら、外生的なショックをモデルに内部化することもできるのである。そこで本小節では、まずカルマンフィルタを用いてモデルのパラメータの推定を行う。なお、ここでは時変パラメータは取り扱わず、時間的に変化しない固定パラメータによる分析をする¹²。固定パラメータモデルによる状態空間モデルと通常の重回帰モデルとの違いは、(甲)観測雑音と状態雑音の存在、(乙)制御項の存在、であるといえる。

カルマンフィルタの状態遷移方程式は、

$$\mathbf{x}_{t+1,t} = \Theta_{t+1,t}\mathbf{x}_t + \Gamma_t\mathbf{u}_t + \mathbf{v}_t \quad (16)$$

として表されることはすでに述べた。ここではまず、状態遷移行列と制御項の変換行列など、モデルの推定に必要なパラメータの設定を行うことにする。

3.3.1 状態遷移行列と制御項の変換行列の決定

カルマンフィルタの状態遷移行列には、(1)アприオりに一定値を与えるもの、(2)時変パラメータを与えるもの、の2つがある。本小節では、先述の通りパラメータを固定する状態空間モデルによって予測を行う。

状態遷移行列のパラメータの推定方法にはいくつかあるが、ここでは重回帰モデルの係数を用いることにする¹³。状態遷移行列を求めるための重回帰モデルでは、 $t+1$ 時点の状態変数の値を、 t 時点の状態変数の値でもって記述する。よって、 $t+1$ 時点における各状態変数を被説明変数とする回帰式を構築する必要がある。

表2は今回の分析に用いる変数である。そして、ステップワイズ法を用いた重回帰モデ

¹¹ 回帰分析においても、ダミー変数などを利用することで、パラメータの構造変化を扱うことは可能である。しかしながら、通時的な変化を観測することはできない。

¹² 時変パラメータモデルについては、次小節で取り扱う。

¹³ その理由は、被説明変数と説明変数の間にある線形関係が明確であり、さらにはパラメータの不偏性や一致性が満たされているからである。

表 2: 変数一覧

変数		
lnICAP	x_t^1	情報関連資本ストック
lnIC	x_t^2	情報関連資本ストックの質
lnRHE	x_t^3	家計教育支出
lnRD	x_t^4	研究開発投資
lnRDCOP	x_t^5	民間企業研究開発投資
lnRDGOV	x_t^6	政府系研究機関による研究開発投資
lnRDPER	x_t^7	民間研究機関による研究開発投資
lnRDUNV	x_t^8	大学等研究開発投資
lnIMTEC	x_t^9	技術輸入額

注1) 全てデフレータにより実質化している

ルによって変数の選別を行い、もっとも当てはまりのよいモデルを推定した¹⁴。

次に制御項について説明を行う。制御項とは、経済活動において生じる構造変化を取り込むものである。例えば、オイルショックやバブル崩壊など、政治・経済的なショックが経済活動に影響を与えることは容易に想像できる。このような変化が生じた場合、経済の構造要因が前年とは異なってしまい、システムの推定が信頼性を低下させる可能性がある。こういった状況の対処として、制御項を加えてやる必要がある。ここでは、次の3個のダミー変数を用いて制御項を作成する。

1. 1974年から1979年 → 0, 1980年から1997年 → 1
2. 1974年から1985年 → 0, 1986年から1997年 → 1
3. 1974年から1991年 → 0, 1992年から1997年 → 1

しかしながら、全てのダミー変数を含めると、他の変数の統計的有意性が損なわれてしまう。そこで、ここでは2つ目のダミー変数のみを加え、制御項とした。

まず、 $t+1$ 時点におけるTFP系列を t 時点の説明変数で記述した推定結果が表3である。同様にして、各説明変数の状態変化を回帰分析によって推定した。その際、他の説明変数との関係を考えてうえで説明変数を選択している。その結果が、表4である。以上を

¹⁴ ステップワイズ法については、補論Aを参照。数値自体は異なるものの、モデルの選択方法は全く同じ手法に準じている。

表 3: 被説明変数の状態変化推定結果

説明変数	係数	(t 値)
定数項	11.3218	(3.46)
lnICAP(-1)	.096908	(1.82)
lnRDUNV(-1)	-.225441	(-1.77)
lnRDCOP(-1)	-.161252	(-2.40)
ダミー変数	.907977E-02	(0.41)
<i>adj.R</i> ²	.695	DW 1.86

表 4: 説明変数の状態変化推定結果

被説明変数	定数項	lnICAP(-1)	lnRDUNV(-1)	lnRDCOP(-1)	<i>adj.R</i> ²
lnICAP	.202495(0.35)	.997590(54.23)			.9925
lnRDUNV	1.24370(1.23)		.956592(26.56)		.9697
lnRDCOP	.754886(1.21)			.976197(46.19)	.9897

注1)(-1) は, 1 期のラグを表している

注2)() 内は t 値

まとめるなら, 状態遷移行列と制御項の変換行列は次の通りになる.

$$\Theta_{t+1,t} = \begin{bmatrix} 11.3218 & .096908 & -.225441 & -.161252 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0.202495 & 0.99759 & 0 & 0 \\ 1.2437 & 0 & 0.956592 & 0 \\ 0.754886 & 0 & 0 & 0.976197 \end{bmatrix} \quad (17)$$

$$\Gamma_r = \begin{bmatrix} 0.00979 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \quad (18)$$

3.3.2 観測方程式の設定

カルマンフィルタの観測方程式は次のように表される.

$$\mathbf{y}_t = \mathbf{H}_t \mathbf{x}_t + \mathbf{w}_t \quad (19)$$

ここで、推定値は観測値となる際に変化はないと仮定しているので、

$$\mathbf{H}_t = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (20)$$

3.3.3 状態雑音と観測雑音の設定

ここでは雑音について取り扱う、まず、観測雑音の設定を行う。カルマンフィルタとは観測値から雑音を取り除いて真の値を取り出す手法である。よって、観測される値には雑音が含まれていることが重要な要因である。つまり、観測値に雑音が含まれていなければ、フィルタリング自身の意味がなくなってしまう。

けれども、工学系のデータとは異なり、経済データについては自然と雑音が含まれているということは考えがたい。そこで、ここでは擬似的に観測雑音を導入する。観測値データ系列に対して、ノミナルデータ系列(基準データ系列)を設定し、それから各時点ごとに観測値を差し引き、その系列の観測雑音とする。つまり、基準となるデータからの乖離を計算し、その分散を観測雑音とするのである。

ここにおいて、TFPに関する基準データ系列は、重回帰モデルの結果を用いる。すなわち、補論で行っている重回帰モデルの推定結果を用いて推定値 x_t^1 を作成し、それを実績値 x_t から差し引いたものを w_t とする。そして、その平均2乗誤差を観測雑音 σ_w^2 として用いるのである。数式で表すなら、

$$w_t^1 = x_t^1 - x_t^1 \quad (21)$$

$$\sigma_w^2 = \frac{\sum_{t=2}^m (x_t^1 - x_t^{1*})^2}{m} \quad (22)$$

として与える。但し、 m はサンプル数である。

TFPの推定値については、表15の結果をもとにして求めている。その他の説明変数については、他の説明変数との間に因果関係を求めることは困難であるので、時間のみの関数として推定を行い、誤差を計算した¹⁵。

$$x_t^{1*} = 29.3587 + .135398T \quad (23)$$

¹⁵ 先述したTCSIで考えるなら、トレンドでは説明できない部分、つまりCSIの分散が観測雑音として与えられていると考えることができる。

$$x_t^{5*} = 28.5957 + .064779T \quad (24)$$

$$x_t^{8*} = 27.5381 + .030268T \quad (25)$$

これが基準データ系列となる。そして、これをもとにして観測雑音 σ_w^2 を計算した結果は表5の通りである。よって、観測雑音は次の様に設定される。

表 5: 観測雑音推定結果

TFP	lnICAP	lnRDCOP	lnRDUNV
0.0002	0.008	0.012	0.0007

$$\mathbf{W}_t = \begin{bmatrix} 0.0002 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0.008 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0.012 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0.0007 \end{bmatrix} \quad (26)$$

次に、状態雑音の設定を行う。状態雑音の設定方式には、(1) フィルタに対してアプリアリに一定値を与える、(2) フィルタの更新サイクルごとに計算により値を与える、の2つがある。ここでは、前者の方式とすることにする。

アプリアリに一定値を設定する方法は、状態変数が計測期間内に急激な変動を示さない場合に用いられる。また、急激な変動を示す場合にも、段階的に一定値を与えるなど、この方法に近いやり方がとられている¹⁶。状態雑音はカルマンフィルタの状態更新方程式から、

$$\mathbf{v}_t = \mathbf{x}_{t+1,t} - \Theta_{t+1,t}\mathbf{x}_t \quad (27)$$

として記述される。これは、更新操作によっても説明できない部分が状態雑音として表されることを意味している。そこで、観点を変えて、1つの状態変数 x_t^i について考えれば、

$$v_t^i = x_{t,t-1}^i - y_t^i \quad (28)$$

として記述され、そのモデル化の誤差が状態雑音であると見なすことができる。ここで、右辺第1項は推定値、第2項の y_t^i は観測値である。すなわち、1期前の状態ベクトルから

¹⁶ 一方、状態雑音の計算をフィルタの更新サイクルごとに計算し、そのときの状態遷移における状態雑音として設定する方式が、(2)のやり方である。この場合、カルマンフィルタのスキームにおいては、状態の更新後に新しい観測値が取り込まれ、状態変数の推定値が計算される。フィルタリングのなかで更新サイクルに対応して、逐次的に雑音が生成されるのが特徴である。

得られた今期の推定値と今期の観測値との差の分散を状態雑音とするのである。したがって、状態ベクトルについては、状態雑音は、

$$\mathbf{v}_t = \mathbf{x}_{t,t-1} - \mathbf{y}_t \quad (29)$$

として表される。そして、その \mathbf{v}_t の分散をもとめ、状態雑音とする。つまり、この場合、状態雑音は一括して計算されるので、フィルタに対して初期設定として与えられたものが継続し、更新のサイクルごとに変動することはない。

ここで、TFP 系列については、表3の結果をもとに状態ベクトルの推定値 $\mathbf{x}_{t,t-1}$ を作成し、状態雑音を計算した。また、その他の状態変数については、表4の結果をもとにして計算している。なお、計算に用いた式は、28式である。

このようにして求めた状態雑音は次の通りである。

$$\mathbf{V}_t = \begin{bmatrix} 0.0003 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0.006 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0.002 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0.001 \end{bmatrix} \quad (30)$$

以上の結果をもとにして、状態遷移方程式と観測方程式を記述すると次の通りである。

状態遷移方程式

$$\begin{bmatrix} TFP_{t+1,t} \\ C \\ x_{t+1,t}^1 \\ x_{t+1,t}^5 \\ x_{t+1,t}^8 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 11.3218 & .096908 & -.225441 & -.161252 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0.202495 & 0.99759 & 0 & 0 \\ 1.2437 & 0 & 0.956592 & 0 \\ 0.754886 & 0 & 0 & 0.976197 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} C \\ x_t^1 \\ x_t^5 \\ x_t^8 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ 0.00979 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} [\mathbf{u}_t] + \begin{bmatrix} 0.0003 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0.006 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0.002 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0.001 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} v_t^0 \\ v_t^C \\ v_t^1 \\ v_t^5 \\ v_t^8 \end{bmatrix}$$

観測方程式

$$\begin{bmatrix} TFP \\ y_t^1 \\ y_t^5 \\ y_t^8 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} C \\ x_t^0 \\ x_t^1 \\ x_t^5 \\ x_t^8 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0.0002 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0.008 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0.012 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0.0007 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} w_t^0 \\ w_t^1 \\ w_t^5 \\ w_t^8 \end{bmatrix}$$

ここで再び述べておくと、本小節での分析では、固定パラメータによる推定を行っている。よって、通時的なパラメータの変化は見られない。けれども、状態雑音と観測雑音、制御項の導入によって、単純な回帰分析の結果との違いを比較することが可能になる。

分析の結果は、図2である。おおむね、TFPの動きを追うように予測が行われている。

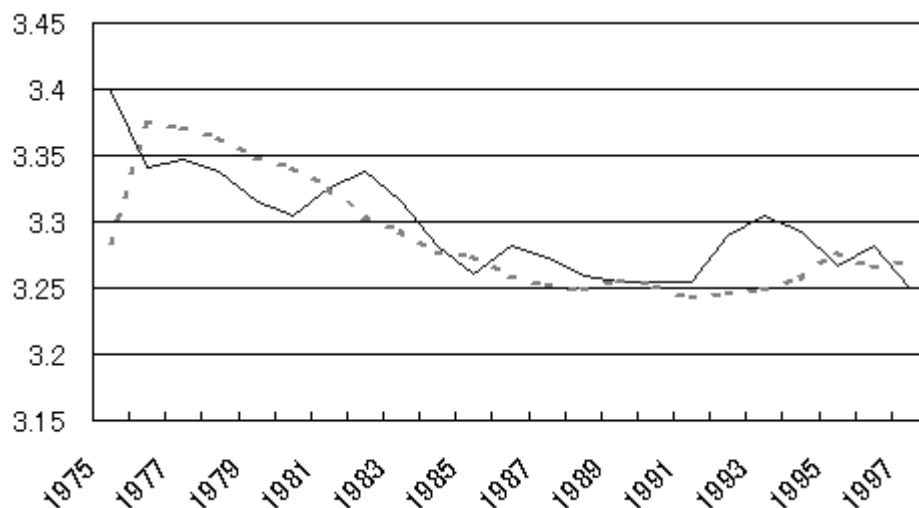


図2: TFPの推定結果(1)

実線：TFPの観測値

点線：カルマンフィルタによるTFPの推定値

縦軸：TFPの増加幅

観測値の動きには景気循環による変動があるものの、予測値は趨勢を適切に捉えている。例えば、70年代から90年にかけて段階的に低下するTFPの動きを近似するようなかたちで、その情報を予測していると考えられる。

但し、次の点には留意が必要である。1つ目は、77年から82年にかけては、過大推定になっている点である。この時期は、オイルショック後の影響を受け、経済成長率が低下し

た時期と重なっている。つまり、77年以前の実績値から推定した予測値は、高度経済成長が終りをつけた時期に対しては、過大であると言える。これは、オイルショック以前までに見られていたTFPの伸びが、オイルショックによる効率性の低下という情報を含まないため、結果として過大推定となったのだと思われる。

2つ目は、81年から85年にかけての景気の変化とバブル期(86~91年)については、予測値が過小評価である点である。先に述べたように、TFPというのはソロー残差として与えられるものの、資本や労働などの投入の変化では説明できない経済成長への寄与として表される。つまり、この時期の予測が過小評価されたのは、投入の増大によるもの以外の要因の寄与が、今回の推定でもちいた変数では予測困難であったということの意味している¹⁷。言い換えるなら、バブル期というのは、TFPに含まれる効率性の部分が、雑音や制御項を用いたとしても予測困難なほどの伸びをみせていた時期であったと言える。

3つ目は、1992年から1995年にかけての景気循環については、過小推定になっている点である。これは、景気後退が生じたとしても、資本や労働の調整がすぐには起らず、それらの影響がTFPの動きへと反映されるためである。

以上から、モデルの当てはまりが悪いのは、バブルやオイルショックなど、外生的なショックがTFPに対して顕著な影響を与える時であると言える。

3.4 状態空間モデルの推定(2)

この小節では、時変パラメータを用いる。時変パラメータには、(1)確率係数モデル、(2)システムティックな変動パラメータモデル、の2つが有名である。例えば、状態遷移方程式が、

$$\mathbf{x}_{t+1,t} = \Theta_{t+1,t} \mathbf{x}_t + \mathbf{v}_t \quad (31)$$

として与えられているとする。この時、パラメータが確率係数モデルに従うならば、その遷移は、

$$\theta_{1t+1} = \phi_1 + \mu_{1t}$$

¹⁷ 但し、ソロー残差としてのTFPが増えたために経済成長率が高まったという議論を中谷(1993)はしているが、それは誤りである。ソロー残差はあくまで計測に関する残差であり、その変化は結果的なものとして捉えるべきである。ここでは、TFPを説明する変数の説明力を問題にしているのである。

$$\begin{aligned}\theta_{2t+1} &= \phi_2 + \mu_{2t} \\ &\vdots \\ \theta_{mt+1} &= \phi_m + \mu_{mt}\end{aligned}$$

として記述される。ここで、 $\phi_i (i = 1, 2, \dots, m)$ は定数で、 $v_t, \mu_{jt} (j = 1, \dots, m)$ は、平均ゼロ、一定分散の正規分布に従う誤差項である。この形ではパラメータ θ_i がその期待値から乖離するが、その期待値は定数である ϕ_i であることが仮定されている。つまり、パラメータの変動はランダムウォークをするが、不偏性は満たされている。

一方、システムティックな変動パラメータモデルでは、パラメータの遷移は、

$$\begin{aligned}\theta_{1t} &= \theta_{1t-1} + \mu_{1t} \\ \theta_{2t} &= \theta_{2t-1} + \mu_{2t} \\ &\vdots \\ \theta_{mt} &= \theta_{mt-1} + \mu_{mt}\end{aligned}$$

として与えられる。このモデルでは、パラメータのシステムティックな変動をある程度認めている。また、 θ_{it-1} は $\theta_{jt-1} (i \neq j)$ には影響を与えないということも仮定されている。

TFP とそれを説明する変数との関係が、ランダムに変化するとは考えがたい。むしろ、通時的に見た、趨勢的な変動がみられると予想される。よって、ここではパラメータの変化について、システムティックな変動を仮定し、モデル化することにする。

3.4.1 初期ベクトルと分散の設定

時変パラメータモデルを用いた分析においては、初期パラメータを与えてやることで、サンプル数の節約をすることができる¹⁸。そこで、ここでは遷移行列のパラメータについて初期値を与えてやることにする。もっとも、時変パラメータを仮定しているので、初期時点以降についてはパラメータはシステムティックに変化する。

パラメータの初期ベクトルは、前小節における状態遷移行列の値を用いることにする。これは、不偏性や一貫性が満たされているので、長期的にみた TFP を説明する変数との関

¹⁸ もし、初期パラメータを与えずに推定をすると、4つ程度の観測値を用いて、パラメータを与えなければならぬ。この場合、(1)パラメータの大きさが過大(過小)である可能性が高い、(2)サンプル数が減ってしまう、などの問題が生じる可能性がある。

係として、最適であると考えられるからである。ここに示せば、次の通りである。

$$\begin{bmatrix} \theta_{c,0} \\ \theta_{1,0} \\ \theta_{5,0} \\ \theta_{8,0} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 11.3218 \\ .096908 \\ -.225441 \\ -.161252 \end{bmatrix} \quad (32)$$

なお、説明変数の遷移行列の初期ベクトルは、モデルの内部で計算している。

ここで、初期ベクトルはガウス過程に従うとする。つまり、状態遷移ベクトルを θ_{it} とすると、 $\theta_{it} \sim N(\theta_0, \sigma^2 P_0)$ が仮定されている。なお、パラメータの初期値は、初期ベクトルに等しい。次には状態遷移ベクトルが従う確率分布の分散 ($\sigma^2 P_0$) を与えなければならない。初期ベクトルの分散を与える理由というのは、初期ベクトルが見られたモデルが従っている確率分布を考えた場合、時変パラメータを用いたモデルも同じ確率分布にしたがっていると仮定しているからである。よって、後者の確率分布の情報である分散は、前者の確率分布から間接的に与えることができると考えられるのである。

初期ベクトルの分散は、回帰式の係数についての標準誤差から計算した。その結果は、次の通りである。

$$P_0 = \begin{bmatrix} 3.26900 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & .053171 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & .127014 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & .066948 \end{bmatrix} \quad (33)$$

3.4.2 時変パラメータモデルによる推定

本小節での分析にもちいるモデルは次の通りである。なお、雑音や制御項については、前小節でのものと同じものを用いている。

状態遷移方程式

$$\begin{bmatrix} TFP_{t+1,t} \\ C \\ x_{t+1,t}^1 \\ x_{t+1,t}^5 \\ x_{t+1,t}^8 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \theta_{ct+1,t} & \theta_{1t+1,t} & \theta_{5t+1,t} & \theta_{8t+1,t} \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ \theta_{ct+1,t}^1 & \theta_{t+1,t}^1 & 0 & 0 \\ \theta_{ct+1,t}^5 & \theta_{t+1,t}^5 & 0 & 0 \\ \theta_{ct+1,t}^8 & 0 & 0 & \theta_{t+1,t}^8 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} C \\ x_t^1 \\ x_t^5 \\ x_t^8 \end{bmatrix}$$

$$+ \begin{bmatrix} 0 \\ 0.00979 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} [\mathbf{u}_t] + \begin{bmatrix} 0.0003 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0.006 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0.002 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0.001 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} v_t^0 \\ v_t^c \\ v_t^1 \\ v_t^5 \\ v_t^8 \end{bmatrix}$$

観測方程式

$$\begin{bmatrix} TFP \\ y_t^1 \\ y_t^5 \\ y_t^8 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} C \\ x_t^0 \\ x_t^1 \\ x_t^5 \\ x_t^8 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0.0002 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0.008 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0.012 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0.0007 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} w_t^0 \\ w_t^1 \\ w_t^5 \\ w_t^8 \end{bmatrix}$$

このモデルを用いて TFP を推定した結果が、図3である。固定パラメータを用いた場合

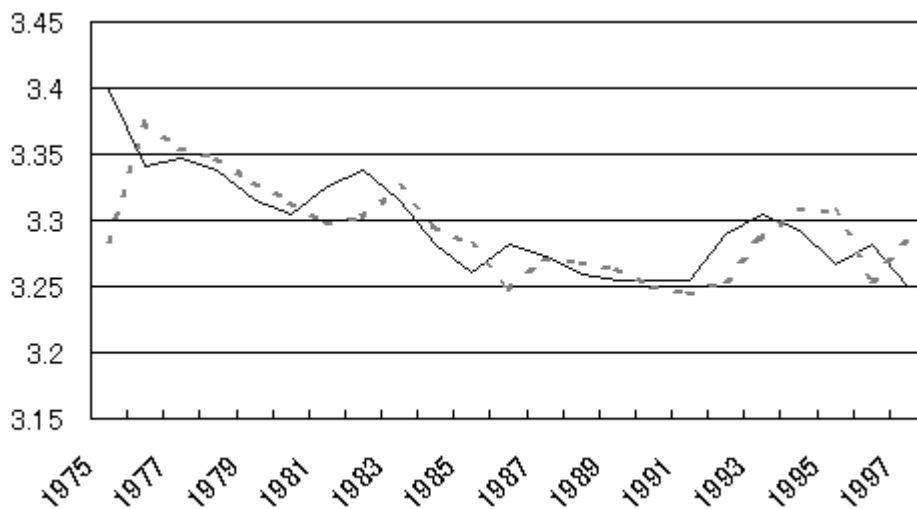


図3: 推定結果(2)

実線：TFPの観測値

点線：カルマンフィルタによるTFPの推定値

縦軸：TFPの増加幅

に比べて、より観測値に対する精度が高まっている。特に、TFPの動きに関する山や谷の変動に対して、少しのラグはあるものの、変動パラメータモデルは固定パラメータモデルに比べて、敏感に反応していると考えられる。特に、70年代にかけては、固定パラメータ

によるカルマンフィルタの推定結果に比べて、正確にその変動を捉えている。また、88年から92年にかけても、予測精度は高い。

但し、次の点を指摘しておく。第1は、誤差のある部分は、おおむね全てがTFPの過小推定になっている点である。例えば、82年から94年にかけてや92年から94年にかけては、推定値が予測値を下回っている。これは、パラメータの確率的な変動を許容するモデルを用いたとしても、(1)2,3年の誤差は生じてしまうこと、(2)景気の動きによる大幅な効率性の向上がもたらすTFPの増加に対しては過小な予測になってしまうこと、が示唆されていると解される。

第2は、誤差を逐次計算して次期のパラメータに反映させるモデルは、ほぼ1期程度のラグで最適なTFPの水準を予測するという点である。よって、たとえ大きなショックがあったとしても、それは次期のパラメータに取り込まれ、観測値へと収束することが期待されるのである。

3.5 分析と結果の考察

ここでは、重回帰分析と前節までの2つの推定結果を総合的に考察する¹⁹。まず、それらが導き出した推定結果は、図4と表7である。全体的に見て、重回帰モデルによる予測とカルマンフィルタによる予測は、両者ともTFPの予測について高いパフォーマンスを示している。特筆するなら、重回帰モデルは、雑音やパラメータの固定性にも関わらず、バブル期の以前と90年以降のバブル崩壊後について、正確な予測をしている。これはつまり、重回帰モデルによる予測は、バブル景気のような時期に生じるTFPの成長以外については、概して正確な推定が可能であることを示唆している。さらに言うなら、TFPの動きは、全期間を通じて安定的だとも言えるのである。

一方、変動パラメータモデルをカルマンフィルタによって推定したモデルでは、バブル景気の中で生じたTFPの変動について、1期のラグをもつものの、最適予測値を修正し続け、より精度の高い予測が可能であることを表している。もっとも、固定パラメータモデルをカルマンフィルタで推定したものについては、観測雑音や状態雑音の影響が、予測値の変動が小さく、もっとも予測精度が低くなっている。

¹⁹ 重回帰モデルによる分析については、補論を参照。

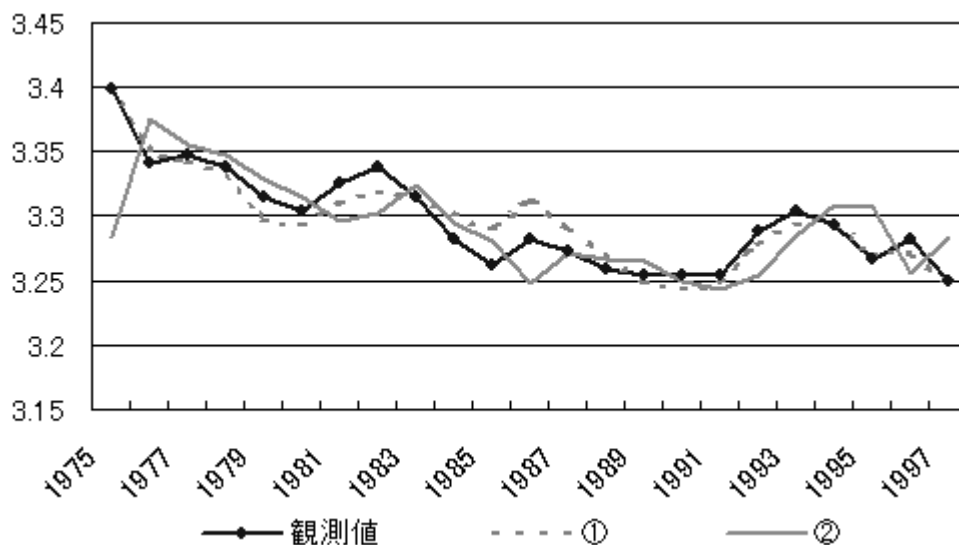


図 4: 総合評価 (1)

観測値：TFPの観測値

点線 (1)：重回帰モデルによる TFP の推定値

実線 (2)：時変パラメータモデルによる TFP の推定値

次に、予測誤差の平均を見ることにする (表 6)。もっとも平均 2 乗誤差が小さいのは重

表 6: 平均 2 乗誤差

	重回帰モデル	カルマンフィルタ (1)	カルマンフィルタ (2)
平均 2 乗誤差	0.00019	0.00854	0.00376

回帰モデルであり、次にカルマンフィルタ (2) となる。これは、誤差の平均的な大きさを表し、平均的に見たモデルの精度を示している。つまり、長期的に見た場合、重回帰モデルは概して精度の高い予測を可能にしているということになる。

もっとも、予期せぬ変動やショックがあった場合は、カルマンフィルタによる推定がその潜在能力を発揮する。その点を顕著に示しているのが、バブル期の予測精度の高さであろう。よって、平均値周りの変動を趨勢的に追う場合には重回帰モデルが有用であるが、より正確に、短期的な変動も捉えたい場合には、カルマンフィルタの手法を用いるべきであると考えられる。

TFPの動きは、従来から予測不可能であるように思われてきた。特に、新古典派経済成長理論においては、残差として計算するにとどまっていた。また、景気の変動によって左右されると点から見て、TFPを技術進歩であるとする考え方を疑問視する見解も多い。

たしかに、本節での推定結果においても、バブル景気など、経済のファンダメンタルズから乖離する形での景気変動時におけるTFPの値は、計測困難であることがわかる。しかしながら、その他の長い計測期間においては、TFPの変化を十分に説得的に説明可能なのである。つまり、ここで示したTFPの推定値は、日本における技術進歩の動きであると考えられるのではないだろうか。

もっとも、本節ではTFP自身の自己回帰的変動や景気循環による影響の測定はなされていない。これらについては、次節と次次節で考察をする。

表 7: 総合評価 (2)

歴年	観測値	重回帰分析	カルマンフィルタ (1)	カルマンフィルタ (2)
1975	3.39835	3.39992	3.28360	3.28360
1976	3.34160	3.35225	3.37445	3.37472
1977	3.34765	3.34218	3.37148	3.35467
1978	3.33733	3.32996	3.36319	3.34721
1979	3.31448	3.29803	3.34843	3.32909
1980	3.30394	3.29295	3.34084	3.31409
1981	3.32570	3.31008	3.32635	3.29655
1982	3.33783	3.31843	3.30314	3.30265
1983	3.31547	3.31452	3.29391	3.32364
1984	3.28246	3.30284	3.27605	3.29483
1985	3.26125	3.29022	3.27460	3.28014
1986	3.28229	3.31090	3.25963	3.24803
1987	3.27318	3.29084	3.25215	3.27172
1988	3.25941	3.27121	3.24887	3.26703
1989	3.25467	3.24941	3.25585	3.26426
1990	3.25439	3.24341	3.25171	3.25012
1991	3.25382	3.24818	3.24182	3.24368
1992	3.28885	3.27688	3.24501	3.25482
1993	3.30400	3.29248	3.24778	3.28584
1994	3.29240	3.29491	3.25823	3.30812
1995	3.26695	3.27103	3.27725	3.30635
1996	3.28167	3.27185	3.26499	3.25529
1997	3.24930	3.24999	3.27097	3.28394

カルマンフィルタ (1) : 固定パラメータモデルによる推定値

カルマンフィルタ (2) : 時変パラメータモデルによる推定値

4 ARMA モデルによる TFP の分析

前節では、状態空間表現による TFP の推定および予測可能性について議論を行ってきた。これは技術進歩に影響を与える可能性の高い変数によって TFP が説明可能かについての議論を行ったのである。

一方、ある経済変数を説明する方法には、その変数の過去の値を用いる方法もある。これは、現在の値は過去の実績値の積み重ねであることに注目し、その変数自身で時間的な変化を説明しようとする方法である。また、経済変数の変動が持っている様々な周期波動を分解するスペクトル解析などもある。これらの考え方は、一般的に時系列分析と呼ばれている。

ところで、時系列分析は、理論なき推定としてその経済学的な意味を問題視する意見も多い。それは、理論モデルによって説明変数と非説明変数の変数間関係を記述するのではなく、ただ過去の値を用いるだけであり、跡づけ的な感じが否めないからである。

たしかに、ある経済変数の時系列が得られたとき、その変動に関する理論的な根拠が得られている場合は、当然、理論モデルによる分析を重視すべきではある。というのも、時系列分析は経済構造をブラックボックスとして捉えていることから、それを通じて得られた結果を考察したとしても、経済メカニズムについての明確な結論を導くことが困難だからである²⁰。

けれども、計量モデルにはない時系列モデルの利点を挙げるなら、次の2つになる。(1) できるだけ簡単なモデルによって経済変数を記述し、ある程度の精度をもって短期的な予測が可能なこと。(2) 経済変数の変動について理論的なメカニズムが不明であるとき、その時系列データから何かしらの情報を得ることで、今後の理論分析に役立てることが可能になること。特に、後者の重要性はあまり認識されず、軽視される傾向にあると思われる。それは、得られた時系列データを計量モデルを用いて分析する以前にそれが持つ情報を得ることは、記述統計量等を求めることと同じくらいに重要であると考えられるからである²¹。特に自然科学の分野では、得られたデータが何を意味しているのかが明らかではない

²⁰ よって、実際の分析にあたっては、計量モデルと時系列モデルのそれぞれの特性を十分に活用するかたちで併用することが必要である。計量モデルや経済時系列モデルの特質およびそれらの使用や融合に関する議論は、岡部(1999)において概略が説明されている。

²¹ 計量モデルと時系列モデルは、その推論の方向によって、2つのプロセスに分類することができる(刈屋；

場合に最初に行われるべき手法であると言えるだろう。

本節の目的は、TFPが自己回帰的に変化しているのかということを検証することである。そこで、本節では時系列分析を行うために、まずARモデル(Auto Regressive Model: 自己回帰モデル)とMAモデル(Moving Average Model: 移動平均モデル)の理論的な説明を行い、それらを融合したARMAモデル(Auto Regressive Moving Average Model: 自己回帰移動平均モデル)、そしてARMAモデルに階差系列をあてはめたARIMAモデル(Auto Regressiv Integral Moving Average Model)を説明する。そして、モデルにTFPの時系列データに当てはめ、TFP系列がもつ自己回帰的な情報について考察を加えることにする。

4.1 ARMAモデルの導出

いくつかの計量経済予測では将来値の予測にBox-Jenkins法(ARIMA法)を用いている。この方法の特徴は、将来値を予測するのに各系列自身のラグ付きの値だけを用いる点である。もし、その時系列が過大なドリフトやノイズのない定常な確率プロセスに従っているなら、この手法は、少なくとも短期の予測に関してはよく機能する。

そこで本小節では、まずARモデルとMAモデルを数学的に説明し、次にそれらを融合したARMAモデルおよびARIMAモデルを説明する²²。

4.1.1 ARモデル

ARモデルは、系列 X_t を考える場合、当期の値が自らの過去の値と、 X_t とは独立な正規白色ノイズによって表されるとするモデルで、離散型の時系列モデルとしては代表的なものである。ここで、ARモデルは次のように表される。

$$x_t + \sum_{i=1}^k a_i x_{t-i} = e_t \quad (34)$$

1985)). 一方は、構築されたモデルがどの程度現実を説明しうるのかを検討する演繹のプロセスであり、これは理論モデルに現実のデータを当てはめていく計量モデルに強い色彩を与えている。他方、現実の経済現象からそこに介在するシステムを読み取ろうとする帰納のプロセスであり、データの持つ情報を引き出して変数相互の関係を解析する時系列モデルに相当する。

²² 本小節は、広松・浪速(1990,1997)、溝口・刈屋(1988)を参考にしてている。

これを k 次の AR モデルという。 x_{t-i} は i 次のタイムラグを表す。すなわち、第1次から第 k 次までのタイムラグにそれぞれ a_i のウェイトをかけた総和であるとも言える²³。次に、遅れの演算子 z^{-1} を定義する。例えば、時点 t から見て i だけのタイムラグがある場合、 $x_{t-i} = x_t z^i$ と表すことができるとする。この時、34式は、

$$A(z^{-1})x_t = e_t \quad (37)$$

と書くことができる。ただし、

$$A(z^{-1}) = 1 + \sum_{i=1}^k a_i z^{-i} \quad (38)$$

37式より²⁴、

$$x_t = A^{-1}(z^{-1})e_t \quad (39)$$

また、 k 次の自己回帰モデルに対しては、 k 次方程式、

$$A(z^{-1}) = 0 \quad (40)$$

を k 次自己回帰モデルの特性方程式と呼ぶ。この時、 x_t が定常であるためには、特性方程式の根の絶対値が単位円の外 (1 より大きい) ことが必要である。例えば、簡単な1次の自己回帰モデル AR(1)、

$$x_t = ax_{t-1} + e_t \quad (41)$$

を考えると、40式の特性方程式より、 $1 - az = 0$ が得られ、その根、すなわち $z = \frac{1}{a}$ の絶対値が1より大きくなるのが定常性の条件となる。言い換えるなら、 $|\frac{1}{a}| > 1$ であり、したがって、 $|a| < 1$ が AR(1) の定常性の条件である²⁵。

²³ ここで、 e_t は t 時点におけるモデルの誤差であり、次の条件を満たしている。

$$E\{x_{t-i}, e_t\} = 0 \quad (35)$$

$$E\{e_{t-i}, e_{t-j}\} = \sigma^2 \delta_{ij} \quad (36)$$

すなわち、 X_t とは独立で正規白色性を満たしている。なお、 δ はクロネッカの δ 記号で、

$$\delta_{ij} = \begin{cases} 1 & (i = j) \\ 0 & (i \neq j) \end{cases}$$

と定義されている。

²⁴ これは、信号 (ノイズ) e_t を入力して x_t を出力する線形システムとしても考えられるものであり、 $A^{-1}(z^{-1})e_t$ を伝達関数と呼ばれる。

²⁵ 具体的に示すと、式を逐次代入することによって、

$$x_t = a(ax_{t-2} + e_{t-1}) + e_t = a^2x_{t-2} + ae_{t-1} + e_t$$

4.1.2 MA モデル

MA モデルは移動平均モデルと呼ばれ、システムの入力パラメータ e_t に対して、

$$x_t = e_t + b_1 e_{t-1} + b_1^2 e_{t-2} + \dots + b_1^m e_{t-m} \quad (42)$$

$$= \sum_{j=0}^m b_j e_{t-j} \quad (43)$$

で表される時系列モデルを MA モデルという。この式は、現在の値が、現在および過去のシステムへの入力 (e_{t-j}) の b_j をウェイトとする値によって生成されることを示している。なお、AR モデルの場合と同様に e_t は正規白色性の雑音であり、35 式と 36 式の条件を満たしている。

ここで、43 式についても遅れの演算子 z^{-1} をもちいて表現すると、

$$x_t = B(z^{-1})e_t \quad (44)$$

$$B(z^{-1}) = \sum_{j=0}^l b_j z^{-j} \quad (b_0 = 1) \quad (45)$$

となり、これが発散しない条件は、AR モデルの場合と同様に、

$$B(z^{-1}) = 0 \quad (46)$$

の係数が単位円外にあることである。

4.1.3 ARMA モデルと ARIMA モデル

いま、 k 次の自己回帰モデルが l 次の移動平均モデルの入力パラメータとなっている場合、ARMA モデルは次のように記述される。

$$x_t + \sum_{i=1}^k a_i x_{t-i} = \sum_{j=0}^l b_j e_{t-j} \quad (47)$$

$$= a^2(ax_{t-3} + e_{t-2}) + ae_{t-1} + e_t$$

$$= a^3x_{t-3} + a^2e_{t-2} + aet - 1 + e_t$$

⋮

$$= a^t x_0 + e_t + ae_{t-1} + a^2 e_{t-2} + \dots$$

と表すことができる。もし、 $|a| > 1$ ならば、 x_t の期待値は、 $a^t x_0$ の項からわかるように発散してしまうことになる。また、 $|a| = 0$ の場合は、 x_t の期待値は x_0 ということになり、これはランダムウォークを意味している。よって、有限の t においては定常性の条件は満たされないが、 $|a| < 1$ の場合で $t \rightarrow \infty$ となる場合にのみ、定常性をもつことがわかる。

このモデルの次数は (k, l) である。この式で a_i を全て 0 と置けば移動平均モデルとなり、 b_j を全て 0 と置けば、自己回帰モデルとなる。すなわち、自己回帰移動平均モデルとは、自己回帰モデルと移動平均モデルを融合したものとなっている。式を遅れ演算子 (z^{-1}) を用いて表現すると、

$$A(z^{-1})x_t = B(z^{-1})e_t \quad (48)$$

となり、この式は、

$$x_t = \frac{B(z^{-1})}{A(z^{-1})}e_t \quad (49)$$

と書くことができる²⁶。

ところで、ARMA モデルは AR モデルと MA モデル融合であることから容易にわかるように、定常過程に対する時系列モデルである。このことは、モデル自体が発散をしないことを意味している。けれども、時系列においては、平均値や分散の値が時間的に変化する場合というのはよく見受けられるものであり、これらについては ARMA モデルを適用することができない。

この場合、平均値の変化を取り除くために、時系列の階差をとって、その階差時系列に対して ARMA モデルを適用する方法が取られる。このモデルを ARIMA モデルと呼ぶ。例えば原時系列 $x_t (t = 1, 2, \dots, n)$ を取り上げるなら、その 1 次階差時系列 $y_t (t = 1, 2, \dots, n-1)$ は、

$$y_t = x_t - x_{t-1} \quad (50)$$

と表され、同様に 2 次の階差時系列 $z_t (t = 1, 2, \dots, n-2)$ は、

$$z_t = y_t - y_{t-1} = (x_t - x_{t-1}) - (x_{t-1} - x_{t-2}) \quad (51)$$

一般に、階差をとることを ∇ 演算子で表す。この演算子を用いると d 階差の時系列 z_t は、

$$z_t = \nabla^d x_t \quad (52)$$

と表すことができる。これを用いて ARMA モデルに適用したものが ARIMA モデルであるが、階差 d の時系列を k 次の AR、 l 次の MA モデルに適用した ARIMA モデルを $ARIMA(k, d, l)$ と表す。

²⁶ この形から、 x_t が $\frac{B(z^{-1})}{A(z^{-1})}$ の線形システムの出力になっていることが分かる。

ARIMA モデルを適用するかどうかは、時系列が定常であるかどうかによるものであり、階差をとることで定常過程へとなるかどうかを検討し、定常過程へとなったところで階差をとるのを終える。注意すべきことは、階差をとりすぎると階差時系列は白色化し、もとの時系列の特性を失う可能性があることである。そこで、階差 d の決め方は、各段階の階差時系列において、自己相関関数の様子を見ることによって行われる。

4.2 モデルの定式化

前小節までにおいて述べた時系列モデルの基本的な性質をもとにして、ここでは、実際にデータを用いてモデルの定式化を行う。Box-Jenkins 法は繰り返しによってモデルを作り出す方法であり、(1) モデルの定式化 (同定)、(2) モデルの推定、(3) モデルのチェック、という3つのステップを繰り返し、最終的に予測を行う。そこで本小節では、これら3つのステップに従い、時系列モデルの定式化を行うことにする²⁷。

(1) モデル・ビルディング：同定

具体的に、モデルの定式化は次のステップを踏んで行われる。

1. 分散安定化変換：系列の分散が時間とともに変化しているなら、分散を一定にする変換として対数変換を行う。もし、対数変換によっても分散が一定にならないなら、より一般的なパワー変換を行う。
2. 階差のとり方：系列が非定常過程に従う場合、何回か階差をとることによって定常過程にする必要がある。
3. 定常な系列が得られたのち、自己回帰モデルや移動平均モデルの次数を決める必要がある。このプロセスを同定 (Identification) という。

そこで、系列が定常過程であるかどうかの検定を行う。というのも、例えば観測データ x_1, x_2, \dots, x_n が得られているとき、この x_t の和分の次数 d が決まらなければ、何回階差をとれば定常過程にすることができるかがわからないからである。定常過程かどうかはわからなければ、自己回帰モデルや移動平均モデルの次数を決めることができない。

²⁷ 本小節は、広松・浪速 (1990)、和合・伴 (1996) を参考にしている。

モデルの次数を検定する方法は和分の次数検定、もしくは単位根検定と呼ばれる。ここでは初めに、Dickey and Fuller によって与えられた DF テストを行う。

まず、DF テストについて説明をする。系列が1階の自己相関に従うとして次のように定式化する。

$$x_t = a_1 x_{t-1} + e_t \quad (53)$$

ここで e_t は正規白色ノイズである。この式の両辺から x_{t-1} を差し引くことによって、

$$\nabla x_t = \delta x_{t-1} + e_t \quad (54)$$

と書き直すことができる。ここで、 $\delta = a_1 - 1$ である。この54式において、

$$H_0 : \delta = 0 \quad (55)$$

$$H_1 : \delta < 0 \quad (56)$$

を検定することによって、 $H_0 : a_1 = 1$ 、 $H_1 : a_1 < 1$ を検定したことと同様の結果を得ることができる。これより、54式の δ の最小2乗推定量を $\hat{\delta}$ 、 $\hat{\delta}$ の標準偏差の推定量を $s_{\hat{\delta}}$ とする。ここで注意すべきことは、いわゆる「t値」である $\frac{\hat{\delta}}{s_{\hat{\delta}}}$ は t 分布をせず、極限をとったとしても正規分布にならない。一般的にこの分布は、 $\hat{\tau}$ 分布と呼ばれている。

DF テストの背景には、必ず $e_t \sim NID(0, \sigma^2)$ という仮定がある。ところが、経済時系列データにおいては、 e_t が自己相関している可能性が高い(系列相関の問題)。例えば、54式における定式化において、 e_t が1階の自己回帰過程、

$$e_t = \gamma e_{t-1} + v_t \quad \begin{array}{l} |\gamma| < 1 \\ v_t \sim NID(0, \sigma_v^2) \end{array} \quad (57)$$

に従っているとすると、このとき、 $e_t \sim NID(0, \sigma^2)$ の仮定は満たされていないので、54式の定式化のままで帰無仮説を $\hat{\tau}$ 分布によって検定することは間違いである。この場合、誤差項が v_t となるようにモデルを変えなければならない。

54式の両辺に γ をかけ、期を1期ずらすと、

$$\gamma \nabla x_{t-1} = \gamma \delta x_{t-2} + \gamma e_{t-1} \quad (58)$$

が得られ、この式と 54 式より、

$$\nabla x_t - \gamma \nabla x_{t-1} = \delta(x_{t-1} - \gamma x_{t-2}) + e_t - \gamma e_{t-1} \quad (59)$$

$$= \delta[\gamma \nabla x_{t-1} + (1 - \gamma)x_{t-1}] + v_t \quad (60)$$

となり、この式をさらに書き直すと、

$$\nabla x_t = \delta(1 - \gamma)x_{t-1} + \gamma(1 + \delta)\nabla x_{t-1} + v_t \quad (61)$$

となる。この 61 式において $v_t \sim NID(0, \sigma_v^2)$ であり、 x_{t-1} の係数 $\delta(1 - \gamma)$ が 0 に等しいという帰無仮説は、 $|\gamma| < 1$ であることから、 $\delta = 0$ という帰無仮説に等しい。同様に対立仮説 $\delta(1 - \gamma) < 0$ は $\delta < 0$ に等しい。

以上のように e_t が自己相関をしている場合に用いられるテストは ADF テスト (Augmented Dickey-Fuller test : 拡張された DF テスト) と呼ばれている。通常、 e_t は自己相関をしているかどうか、また自己相関をしているとしても何階の自己回帰過程に従っているかを知らない。したがって、次に挙げる 3 つの式を定式化し、これらに対して ADF テストを行う必要がある。

$$\nabla x_t = \delta x_{t-1} + \sum_{i=1}^l \delta_i \nabla x_{t-i} + v_t \quad (62)$$

$$\nabla x_t = \mu + \delta x_{t-1} + \sum_{i=1}^l \delta_i \nabla x_{t-i} + v_t \quad (63)$$

$$\nabla x_t = \mu + \alpha t + \delta x_{t-1} + \sum_{i=1}^l \delta_i \nabla x_{t-i} + v_t \quad (64)$$

ここで μ は趨勢 (ドリフト) を示す定数である。また αt の項は、タイムトレンドを表している。 l の値は DW 比およびルンゲ・ボックスの $Q(p)$ 統計量によって、 v_t が自己相関していないと判断される最小の値とする。ここでは、TFP およびその階差系列に関する自己相関係数を求め、その値と $Q(p)$ 統計量によって l の値を求める。

系列 x_t が k 階の自己回帰過程 $AR(k)$ に従っていると言われるのは、

$$x_t = a_1 x_{t-1} + a_2 x_{t-2} + \dots + a_k x_{t-k} + e_t \quad (65)$$

このとき、

$$H_0 : a_1 = a_2 = \dots = a_k = 0 \quad (66)$$

$$H_1 : a_1, \dots, a_k \text{ の少なくとも 1 つは } 0 \text{ ではない} \quad (67)$$

を検定するなら、次の検定統計量がよく用いられる。

$$Q(k) = n(n+2) \sum_{j=1}^k \left(\frac{r_j^2}{n-j} \right) \sim \chi^2(k) \quad (68)$$

H_0 が正しいという状況において、この統計量は近似的に χ^2 分布をする。この統計量のことをルjung・ボックス統計量 (Ljung and Box statistics) と呼ばれている。ここで r_j は ρ_j の推定値であり、最小2乗誤差 e から次のようにして求められる。

$$r_j = \frac{\sum_{t=j+1}^n e_t e_{t-j}}{\sum_{t=1}^n e_t^2} \quad \forall j \in 1, 2, \dots, p \quad (69)$$

この場合の検定の棄却域は自由度 p の χ^2 分布の右片側である。もし、 k 個の a_j がすべて0という仮説が正しければ、 a_j の推定値である r_j もすべて0もしくは0に近い値をとり、この時 $Q(p)$ は0に近い値をとる。

自己相関分析の結果は表8の通りである。TFPの自己相関係数は3次までの相関が見ら

表 8: TFP の自己相関係数

		ラグ1	ラグ2	ラグ3	ラグ4	ラグ5
TFP	自己相関係数	.681	.500	.351	.277	.239
	$Q(p)$ 統計量	12.6	19.7	23.3	25.7	27.6
∇^1 TFP	自己相関係数	-.254	-.599E-01	-.825E-01	-.319E-01	-.978E-01
	$Q(p)$ 統計量	1.68	1.78	1.98	2.01	2.31

れている。これは、現在の TFP 値が3期前までの値と関係を持つことを表している。但し、3期のラグとの相関は弱い相関であると言える。一方、1階の階差を取った場合、1期前を除くと、2次以降のラグ項との間にはほとんど相関は見られていない。

一方、 $Q(p)$ 統計量を χ^2 分布表から見る限りにおいては自己相関は見られていない。もっとも、 $Q(p)$ 統計量は時系列が正規白色であるかどうかを検定するために用いられることが多く、次数 l を決定する決め手というわけではない。以上から、単位根検定における l の値には、最大でも2期までを含めれば十分であることがわかる。

ここで、もう少し厳密に自己相関を分析する。広松・浪花(1990)によれば、自己相関係数の分散 σ_k は、

$$\sigma_k^2 \doteq \frac{1}{n} \left(1 + 2(\rho_1^2 + \rho_2^2 + \dots + \rho_q) \right) \quad (70)$$

となることが示されている。この式において、 ρ_i ($i = 1, \dots, q$) を標本自己相関係数 r_i に代えて、その平方根をとると標準偏差 (r_i) が得られる。ここで、データがまったくランダムであれば $\rho_i = 0$ であるから、全ての標本自己相関関数をゼロとおけば、70式は第1項のみとなり、

$$\sigma_k^2 = \frac{1}{n} \quad (71)$$

となる。71式を用いて階差なしのTFPの標本自己相関係数の標準偏差を求めると、近似的に0.22が得られた。この時の標準偏差の値を越えるのはラグ1から5までの相関係数である。一方、1階の階差をとった場合、0.22を越えるのはラグ1の相関係数のみである。

次に、偏自己相関係数をもとめ、次数の検定を行う。2つの確率変数間の相関は、しばしば両変数が同じ第3の変数と相関をもっていることによって生じることがある(疑似相関)。時系列データで言うなら、 y_t と y_{t-k} との相関の大部分が、これらの変数の中間ラグ変数 ($y_{t-1}, y_{t-2}, \dots, y_{t-k+1}$) と相関しているためによることがある。そこで、この相関を修正し、本来ある相関を見いだそうとするために用いられるのが偏相関係数である。ここで、偏相関係数を求めてみた。結果は、表9である。この結果からは、階差をとらないTFP系

表 9: TFP の偏自己相関係数

	ラグ1	ラグ2	ラグ3	ラグ4	ラグ5
TFP	.681	.687E-01	-.244E-01	.529E-01	.514E-01
∇^1 TFP	-.254	-.133	-.145	-.116	-.185

列については、ラグ1の偏相関係数のみが十分な相関を持つと考えられる。そして、1階の階差をとった系列についても、ラグ1についてのみ相関関係を見ることができる。よって、少なくとも、2次のラグまでを含めれば十分であることがわかる。この結果から、自己回帰過程についても2次までのラグを含めることにする。

以上の結果を踏まえ、62式、63式、64式を用いてDFテストおよびADFテストによるTFP系列の単位根検定を行った。3回の階差をとり、さらに2次のラグまでを含めて検定を行っている。結果は、表10に示している。ここにおいて、2階の自己相関以降の係数については、統計的信頼性が十分ではなかったので加えていない。また、3階の階差をとつ

表 10: 単位根検定の結果

	μ	トレンド	X_{-1}	∇x_{-1}	$\nabla^2 x_{-1}$	adj. R^2	DW
∇x			-0.219283E-02 (-1.62)*	-0.259517 (-1.63)*		.0768	1.41
	.881203 (2.24)		-0.269220 (-2.26)	-0.124607 (-.79)		.2323	1.52
	1.56141 (2.37)	-0.134422E-02 (-1.27)	-0.469864 (-2.39)	-0.027752 (-.16)		.2568	1.50
$\nabla^2 x$				-0.994470 (-3.31)****	.040499 (.25)	.5339	1.65
	-0.465017E-02 (-1.01)			-1.08706 (-3.46)***	.067592 (.41)	.5086	1.66
	-0.621949E-02 (-1.49)	.107527E-03 (.13)		-1.09927 (-3.28)*	.068748 (.41)	.4803	1.66

注1: ()内はt値である。

注2: 検定に際しては、t値を $\hat{\tau}$ 分布表を用いて検定している。 $\hat{\tau}$ 表は蓑谷(1997)を参照。

注3: *は10%水準, **は5%水準, ***は2.5%水準, ****は1%水準で有意であることを表している。

た結果は過剰差分の疑いが強く、これもここには載せていない。過剰差分とはすでに定常過程に従う系列のさらに階差をとることであり、好ましいことではない²⁸。

1回の階差をとった結果からは、ほとんどが H_0 を棄却することができなかった。かろうじてドリフトとトレンドがないモデルについてのみ10%水準の有意性をもって棄却することができるものの、定常であると十分に考えることは困難である。

一方、2回の階差をとったものでは、その全てにおいて定常性が確認されている。もっとも、ドリフトとトレンド、 $\nabla^2 x_{-1}$ については統計的にみて有意ではない。

以上から、TFPは2回の階差をとることにより定常となり、またドリフトおよびトレンドは見られないと考えられる。よって、モデルの推定では、1回の階差を取ったものと2回の階差を取ったものの両者を考え、比較する必要があると思われる。

²⁸ 例えば、 ∇x すでに定常である場合に、さらに階差を取る場合、当然 $\nabla^2 x$ が定常過程に従うことは明らかである。しかしながら、この場合は分散の値が高まったり、自己相関を産み出すなどの問題を生じさせるのである。

(2) モデルの推定

モデルの推定は、TFP について 1 回の階差と 2 回の階差に分けて行い、それぞれ 1 次の自己回帰過程と移動平均過程に従うものとする。さらに、ドリフトとトレンドは含めない。式として表すなら、次式を用いて推定をする。

$$\nabla^1 x_t = a_1 x_{t-1} + b_1 e_{t-1} \quad (72)$$

$$\nabla^2 x_t = a_2 \nabla x_{t-1} + b_2 \nabla e_{t-1} \quad (73)$$

この式をもとにしてモデルの推定を行った。まず、パラメータの推定結果を表 11、表 12 に示す。推定結果 (1) に比べ、推定結果 (2) の決定係数は 1 に近づき、より精度が高まって

表 11: 72 式のパラメータ推定結果 (1)

	係数	(t 値)		
a_1	-.818440	(-4.43110)		
b_1	-.356964	(-1.15963)		
$adj.R^2$.193692	DW	1.45775	

表 12: 73 式のパラメータ推定結果 (2)

	係数	(t 値)		
a_2	-.208800	(-1.13054)		
b_2	.928293	(9.77173)		
$adj.R^2$.705558	DW	1.23947	

いるように思われる。しかしながら、(甲) 推定結果 (2) の b_2 の値が 1 に限りなく近いこと、(乙) DW 比から自己相関が発生してしまっていること、などを伺うことができる。この結果は、推定 (2) が過剰差分であることを表している。過剰差分であるとき、移動平均過程のパラメータ値が 1 に近づいたり、誤差項に自己相関が生まれるからである²⁹。よって、階差の取り方は 1 次までにとどめることが安全であると考えられる³⁰。

²⁹ 蓑谷 (1997), 和合・伴 (1995)

³⁰ 推定 (1) についても 1 階の自己相関が見られている。そこで MA 過程の変数を 1 つ加え、さらに推定を行った。しかしながら、結果からはモデルの精度の改善は見られず、むしろ悪化させる結果となってしまった。よって、推定 (1) を今回のモデルとして考察する。

(3) モデルのチェック

まず、係数の値は絶対値でみて1よりも小さく、定常性の条件を満たしている。また、推定を行ったモデルの残差には、ほとんど自己相関は見られていない(表13)。残差のプロットからも規則性は全く見られず、残差は白色化していると考えられる(図5)。

表 13: 残差の自己相関係数

ラグ	1	2	3	4	5
自己相関係数	0.12656	-0.35509	-0.11970	-0.12069	-0.024229
$Q(p)$ 統計量	0.41862	3.87097	4.28290	4.72371	4.74247

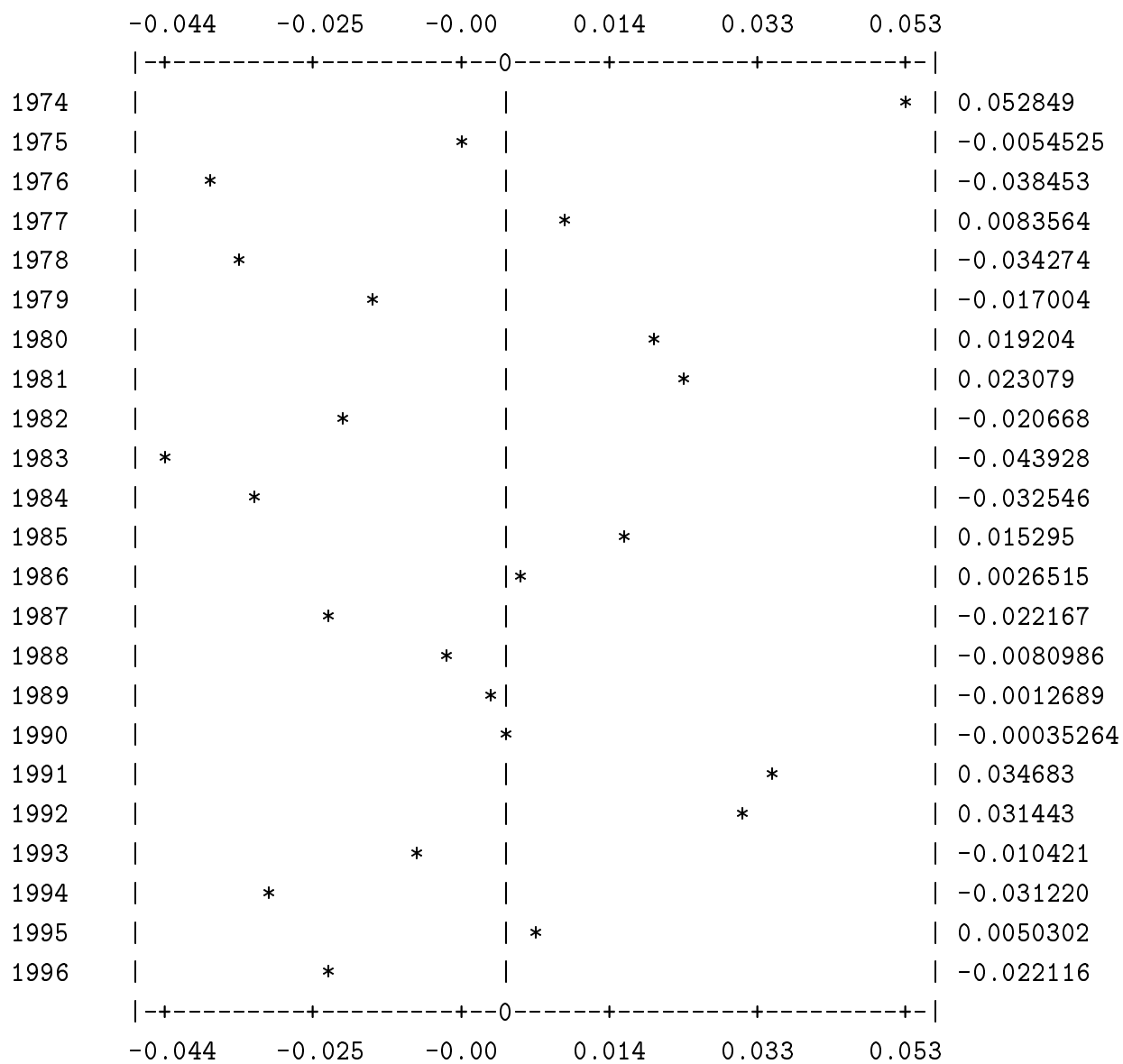


図 5: 残差のプロット

さらに、累積ピリオドグラムのプロットからも白色性を見ることができる(図6)³¹。累

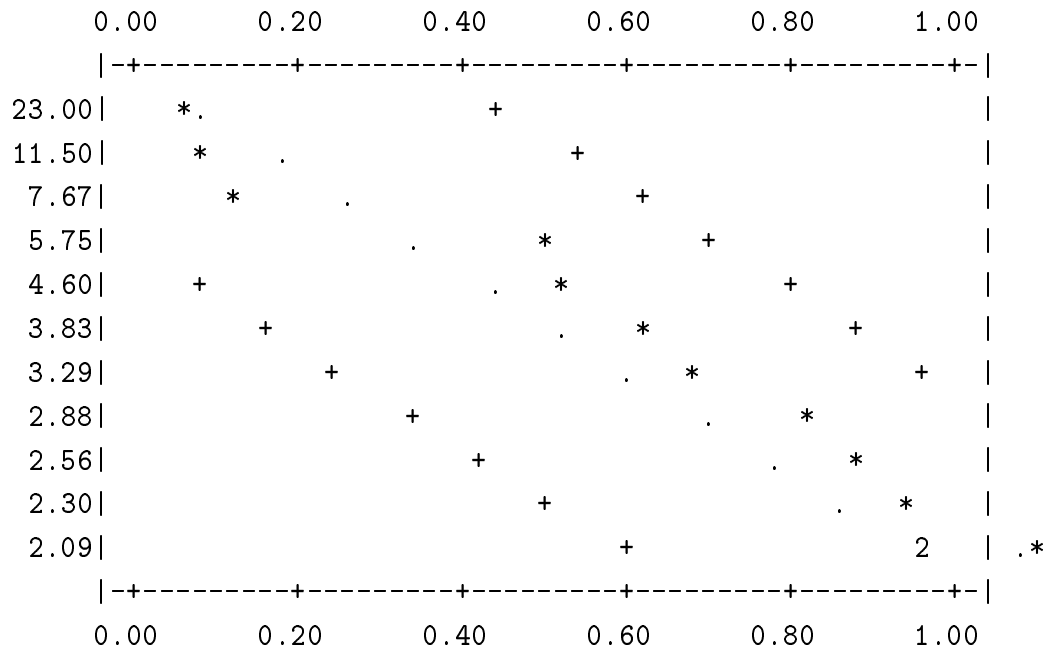


図6: 累積ピリオドグラム

注：横軸は周期，縦軸はピリオドグラムを表している。

- *は累積ピリオドグラムを
- ·は累積ピリオドグラムの期待値
- +はKolmogorov-Smirnovの信頼区間(10%)

積ピリオドグラムは、残差に残っている周期性を見つけ出すのに適している。これは、

$$C(f_j) = \frac{\sum_{i=1}^j R^2(f_i)}{ns^2} \quad (74)$$

と求められる。但し、

$$R^2(f_i) = \frac{2}{T} \left[\left(\sum_{t=1}^T a_t \cos 2\pi f_i t \right)^2 + \left(\sum_{t=1}^T a_t \sin 2\pi f_i t \right)^2 \right] \quad (75)$$

であり、 f_i は周波数、 $\frac{1}{f_i}$ は周期、 a_t は残差、 s^2 は σ_a^2 の推定値である。累積ピリオドグラム・プロットは、 $C(f_i)$ を周期 $\frac{1}{f_i}$ に対してプロットしたものであり、もし残差が白色化し

³¹ ピリオドグラムについては、尾崎・北川(1998)に説明が詳しい。

ているなら、ピリオドグラムの期待値(45度線)の周囲にプロットされるはずである。逆に、高い周期(低い周波数)のところで乖離が見られるなら、周波数の低い波(トレンド)があることを示しており、階差の取り方が不十分であることを示唆している。この乖離は、Kolmogorov-Smirnovの信頼区間を使って評価することが可能である³²。

今回の推定結果では、残差は45度線の付近に散らばっており、さらに高い周期においてもトレンドをもった乖離は見られていない。よって、残差は十分に白色化しているものと考えられる。つまり言えば、残差の中にある成分は全て同じパワーしか持たず、よって、その中には特徴的な成分は含まれていないことを意味していると考えられる。

4.3 モデルによる予測とその考察

以上によって導出されたモデルを用いて、ここでは予測を行い、その精度について議論をおこなう。なお、ARIMAモデルによる予測は短期的なものについてのみ可能であることについて留意しておく。

まず、1977年までの結果を趨勢として考えた予測結果は、図7となった。77年から78年にかけてと80年から81年にかけては、概ねその方向性はあっているが、ほとんど予測は当たっていない。これは、77年までの情報をもちいたのでは、推定が困難であることを示していると考えられる。ここで、少し視点を変え、8年程度の予測を行ってみた。その結果が、図8である。観測値の動きは、景気循環の変動に近い動きを見せている。そして、その変動幅は、予測値の変動幅に比べて大きい。また、79年から83年にかけては、予測値の周りを観測値が揺れるように波打っているものの、それ以降は、まったく違う水準へと向かい、誤差は大きくなっている。

同様に、もう少し長く12年程度の予測を行ってみた。それが、図9である。86年までの水準による予測では、バブル期は過大評価、バブル崩壊後は過小評価になっている。この結果は、バブル期の最中や後は、それ以前の趨勢的なTFPの動きでは捉えられない動きを表してはいるが、同時期のTFPの変動は予測値の周りを周回する傾向にあることを示唆している。

³² ある系列が白色化しているとは、それに含まれる周期成分のもつ寄与度(パワー)が全て等しいことを意味する。白色で考えるなら、最初に述べた様にその中には様々な周期成分(色)が含まれているわけだが、それぞれの持つ寄与度が全て等しいからこそ、白色に見えるのである。

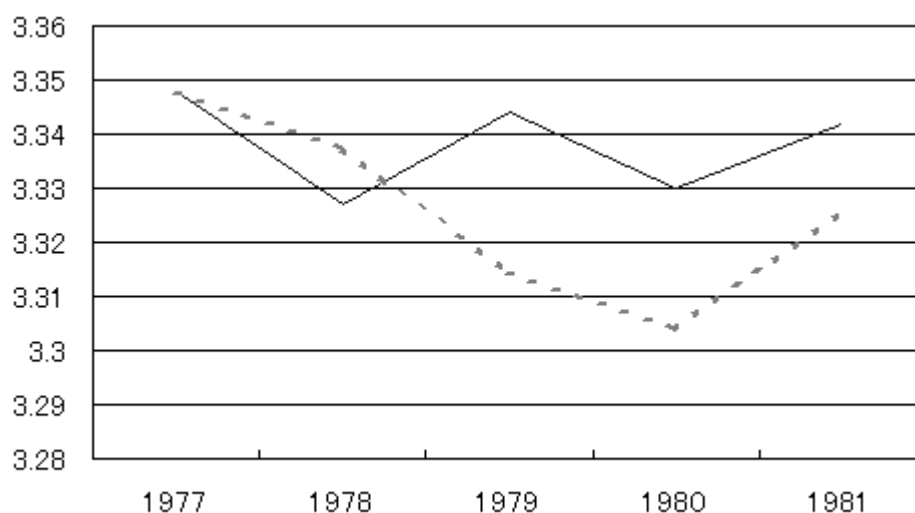


図 7: 1977 年基準による予測

実線：ARIMA モデルによる予測値

点線：TFP の観測値

さらに、バブル崩壊後の TFP 予測結果が図 10 であるが、95 年にかけて TFP は低下傾向にあった後、95 年から 97 年にかけては上昇し、その途中から低下している。この結果は、景気の動きが TFP へと反映されるからであり、よって、TFP をモデル化する場合には、それらの動きを反映できるようなシステムをもったモデルが必要であると言える。

以上から、ARIMA モデルによる TFP の予測精度は、(1) 短期的には TFP の動きの趨勢を示すが、(2) 長期的にはほとんど予測ができないということが理解できる。これは、直感的にも納得がいく。例えば、70 年代に産み出された技術が現在においても活用されていることはあったとしても、今産み出されようとしている技術の源泉であるというわけではないからである。けれども、それが短期的には十分に関係を見いだすことが可能になるのである。

よって、TFP は短期的に見た場合、自己回帰的な動きを見せる側面を持つと言える。すなわち、技術が技術を呼ぶという仮説を指示する結果ではないかと考えられる。但し、その関係は短期的なものであり、よって TFP の推定を行うためには、4.5 年周期の区分にわけて推定作業を繰り返す必要がある。つまり、直近の技術から産み出された技術は、また直近の技術を産み出すという過程を繰り返すのである。

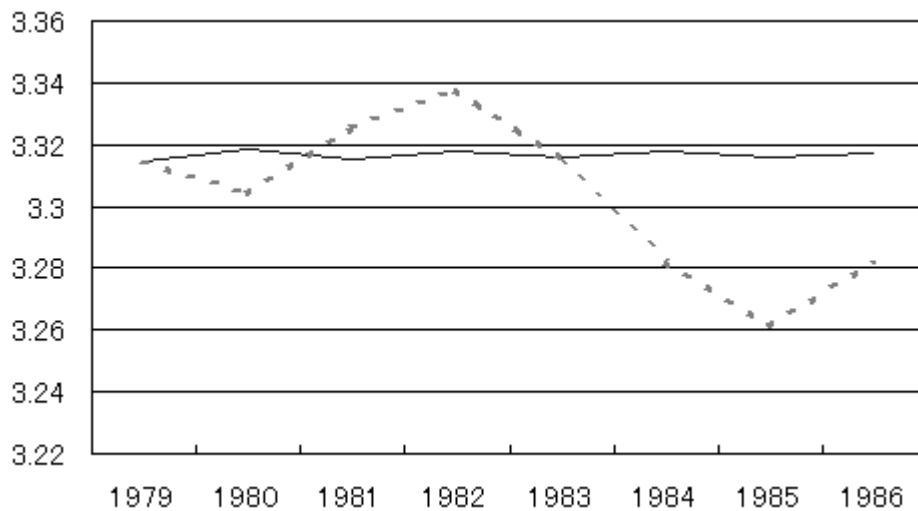


図 8: 1979 年基準による予測

実線：ARIMA モデルによる予測値

点線：TFP の観測値

ここで、一つ留意しておくことがある。それは、たしかに TFP が自己回帰的な動きを見せているとしても、その説明力は TFP の変動全体から見てごく一部だということである。これは、単に技術が技術を産み出すという単純な過程ではなく、それ以外の要因 (労働者の質、研究開発に対する投資、情報関連資本ストックの蓄積や質、等) による影響がもっとも大きいのだということを表していると考えられる。よって、技術進歩を産み出すためには、高い技術を得ることだけではなく、それ以降についても技術進歩への飽く無き追求が重要になるのである。

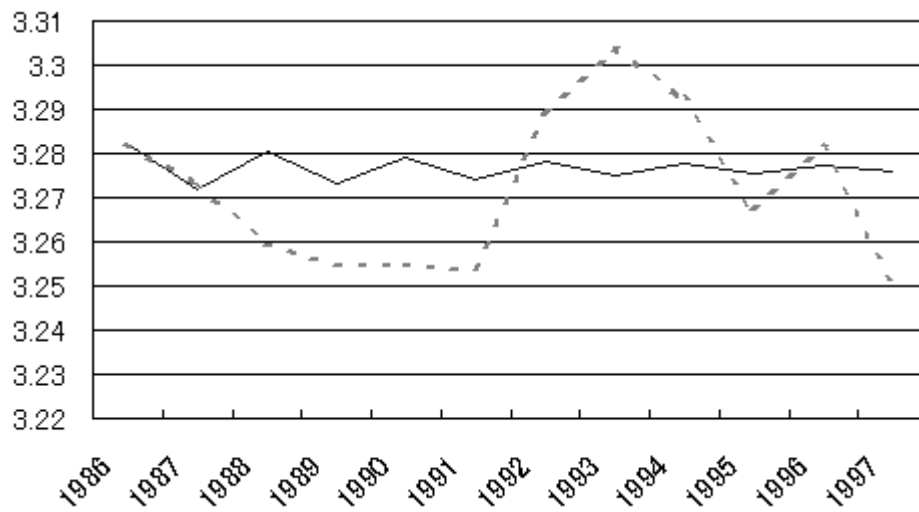


図 9: 1986 年基準による予測

実線：ARIMA モデルによる予測値
 点線：TFP の観測値

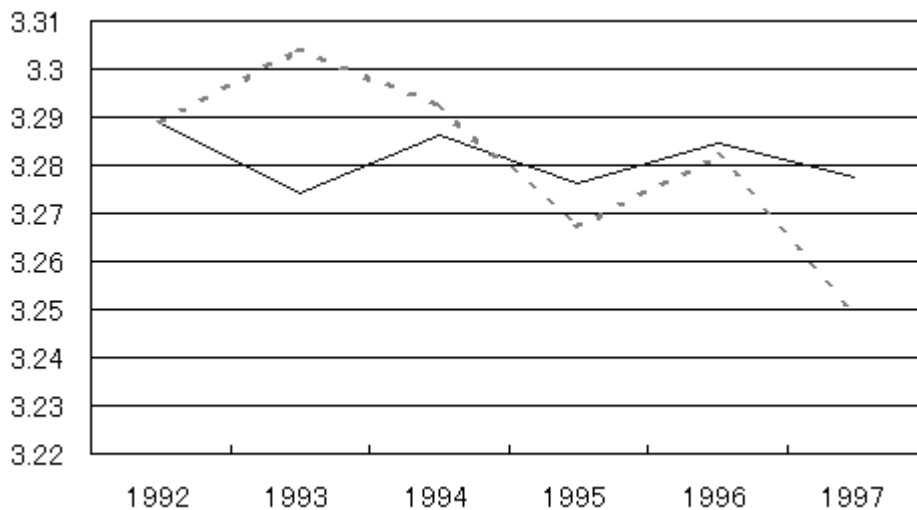


図 10: 1992 年基準による予測

実線：ARIMA モデルによる予測値
 点線：TFP の観測値

5 スペクトル解析

スリットを通して暗室内に射し込む太陽光を三角プリズムにあてると、いくつかの波長をもつ電磁波の集合である光は、その波長に応じた屈折率で空気とガラスの境界面で折れ曲がり、プリズムの背後にある光は白紙の上に波長の長さの順に7色の連続した光の帯が映し出される。つまり、スリットを通せば光の中の成分色光の強さの分布が一目にして分かるのである。同時に、全ての色の光が交ざり合うと、白色光となって成分色光が分からなくなってしまうとも言える。

経済時系列についても、同様のことを述べる事が可能である。ある系列が得られたとしてそれが不規則な動きを見せている時、その背景には様々な周期成分とエネルギーをもつた波が影響を与えているということが考えられるのである。

このように、ある種の波または関数を、その周期的構成成分に分解してその各構成成分の強さを決めることは、スペクトル解析と呼ばれている。そこで本節では、TFPに関してスペクトル解析を行い、その周期成分の寄与についての分析を行う。

前節までの議論によって、(A)技術進歩に影響を与えると考えられるTFPの予測が高い精度をもつこと、(B)技術進歩の自己回帰的な側面が限定的とはいえ存在すること、などが明らかになった。本節の目的は、TFPの動きが景気循環の影響を強く受けるという議論に鑑み、TFPの変動へ強い影響を与える波の周期を調べることにある。つまり、TFPへ影響する波の周期が景気循環のそれに近ければ、景気循環の影響が強いとする仮説を裏付けることになるだろう。

そこで、まず初めにフーリエ解析についての簡単な説明を行い、なぜこの手法を用いることで波をいくつかの周期成分へと分解できるのかについて述べる。次に、スペクトル解析の重要な概念であるパワースペクトルについて言及し、その導出方法を説明したあとで実際にTFPのパワースペクトルを求めることにする。

5.1 フーリエ変換

前述したとおり、フーリエ解析の目的は、ある種の波または関数が与えられたとき、その変動を複数の周期的構成成分に分解し、各構成成分の強さを決めることである。周期的

な関数についてはフーリエ級数展開というものが対応する。周期 T の周期関数 $f(t)$ を考えるなら、そのフーリエ級数展開の形は次のように与えられる³³。

$$f(t) = \frac{1}{2}a_0 + \sum_{n=1}^{\infty} a_n \cos \frac{2n\pi t}{T} + \sum_{n=1}^{\infty} b_n \sin \frac{2n\pi t}{T} \quad (76)$$

$$a_n = \frac{2}{T} \int_0^T f(t) \cos \frac{2m\pi t}{T} dt \quad (77)$$

$$b_n = \frac{2}{T} \int_0^T f(t) \sin \frac{2m\pi t}{T} dt \quad (78)$$

ここで、 n は項の番号を表す。また $a_0, a_1, b_1, a_2, b_2, \dots$ は実フーリエ係数と呼ばれ、 $f(t)$ の中に周期 $\frac{T}{n}$ がどの程度含まれているか (その構成成分の影響力) を示している。

同様に、周期 T の周期関数 $f(t)$ の複素フーリエ級数展開は、

$$f(t) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} c_n e^{i \frac{2n\pi t}{T}} \quad (79)$$

$$c_n = \frac{1}{T} \int_0^T f(t) e^{-i \frac{2n\pi t}{T}} dt \quad (80)$$

と表される。当然のことながら、実フーリエ級数展開から求めた結果と複素フーリエ級数展開から求めた結果は一致する。

以上2つの手法は、周期関数に関して適用するものである。つまり、その変動が周期性をもつ場合にのみ利用可能なのである。ところが、一般的に見られる経済時系列は、そのほとんどが周期性をもたない非周期的データとして表される。よって、非周期的な系列に対してフーリエ解析を行うためには、非周期的関数に対するフーリエ解析の方法を導く必要がある。

非周期的関数に対するフーリエ解析の方法はフーリエ変換と呼ばれ、次のように表される。

$$F(k) = \int_{-\infty}^{\infty} f(t) e^{-ikt} dt \quad (81)$$

$$f(t) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} F(k) e^{ikt} dk \quad (82)$$

ここで、81式は非周期関数 $f(t)$ のフーリエ変換と呼ばれ、82式は $F(k)$ から $f(t)$ を計算するのでフーリエ逆変換と呼ばれている。

³³ 本小節は、福田(1997)、船越(1997)を参考にしている。また、複素数の取り扱いについては、占部(1999)を参考にした。

ここで注意しておくべきことは、あらゆる非周期関数についてこのフーリエ変換が成立するわけではない点である。非周期関数がフーリエ変換可能であるための条件は、非周期的関数 $f(t)$ が $-\infty < t < \infty$ の区間で区分的に滑らかで、かつ絶対可積分であるというものである。ここにおいて $f(t)$ が絶対可積分であるとは、

$$I = \int_{-\infty}^{\infty} |f(t)| dt \quad (83)$$

が有限の値をとることを意味する。つまり、 $t \rightarrow \pm\infty$ で 0 以外の定数に近づいたり値が無限大になる関数は、その絶対値の積分が有限の値にとどまらないので、絶対可積分であるとはいえないのである³⁴。

もっとも、TFP は定常であると仮定しているので、絶対可積分であると言えるだろう。なぜなら、ある系列が定常である場合、その $t \rightarrow \pm\infty$ に関する期待値は 0 だからである。よって、TFP は絶対可積分である。

ところが、滑らかという条件については成り立たない。TFP はもともと経済成長率から資本と労働による投入寄与を差し引いた残差として求められたものである。たしかに生産関数は連続であることを前提としているが、時間 t で微分をした後、離散データに置き換えているのである。よって、TFP のデータ系列は滑らかではない。

そこで次には、離散データに関するフーリエ変換を定義する必要がある。ここでは、幅 T のある区間内だけ 0 ではない値を持ち、その外では 0 となる実数値関数 $f(t)$ を考えることにする。

この関数の幅 T を偶数 M で割り、

$$\Delta t = \frac{T}{M} \quad (84)$$

とする。関数に対する離散データを周期 Δt で取り出し、

$$\begin{aligned} f_n &= f(t_n) \\ t_n &= n\Delta t \\ f_n &= 0 \quad (n \leq -1 \text{ or } n \geq M) \end{aligned}$$

³⁴ その他にも、数列の順序を入れ替えても可積分である必要もある。

であるとする。すなわち、 f_0, f_1, \dots, f_{M-1} のみが0ではない値をとりうる。

次に、この $f(t)$ に対するフーリエ変換を離散データ f_n を用いて近似することを考える。まず、 $f(t)$ のフーリエ変換 $F(k)$ は、

$$F(k) = \int_{-\infty}^{\infty} f(t)e^{-ikt} dt \quad (85)$$

と定義されているが、リーマン積分の定義を用いて考えるなら、この85式は、

$$F(k) = \int_{-\infty}^{\infty} f(t)e^{-ikt} dt = \lim_{\Delta t \rightarrow \infty} \sum_{n=0}^{M-1} f_n e^{-ikt_n} \Delta t = \hat{F}(k) \quad (86)$$

を近似として考えることができる。

ここで、幅 T の区間の外では0であると定義している関数のフーリエ変換は、波数 k が $\frac{2\pi}{T}$ 程度の分解能しかもたない。そこで次には、 $\hat{F}(k)$ が持つ分解能である $\frac{2\pi}{T}$ の間隔をもつ、

$$k = k_m = \frac{2\pi m}{T} \quad (m \text{ は整数}) \quad (87)$$

に対する $\hat{F}(k)$ の値のみを考えることにする。すなわち、

$$\hat{F}_m = \hat{F}(k_m) = \sum_{n=0}^{M-1} f_n e^{-ik_m t_n} \Delta t = \frac{T}{M} \sum_{n=0}^{M-1} f_n e^{-i \frac{2mn\pi}{M}} \quad (88)$$

を離散的なフーリエ変換のデータであると考え。まとめるなら、離散フーリエ変換と離散フーリエ逆変換は次の式で与えられる。

$$\hat{F}_m = \frac{T}{M} \sum_{n=0}^{M-1} f_n e^{-i \frac{2mn\pi}{M}} \quad (m \text{ は整数}) \quad (89)$$

$$f_n = \frac{1}{T} \sum_{m=0}^{M-1} \hat{F}_m e^{i \frac{2mn\pi}{M}} \quad (n = 1, 2, \dots, M-1) \quad (90)$$

5.2 定常過程 x_t のパワースペクトル

5.2.1 定常過程 x_t のパワースペクトル推定式の導出

第3節では、AR(p)モデルとMA(q)モデルについての若干の説明を行った。ここでは、パワースペクトルを導出するために必要な自己共分散関数と自己相関関数を説明し、両者の関係を述べる。そして、パワースペクトルの推定方法に言及した後、TFP系列のパワースペクトルを推定する³⁵。

³⁵ 本小節は、川崎・酒井(1989)、日野(1997)、広松・浪速(1990,1997)、を参考にしている。

定常過程のスペクトルを表現する実用的な方法の一つは、自己共分散関数を利用することである。これは、自己共分散関数とスペクトル密度関数は互いに関連付けられ、一方が分かれば他方が導かれるという関係にあるからである。そして、定常過程のスペクトル密度関数を見ることによって、時間領域における時系列の周期性を周波数領域でより明確に捉えることができるのである。

ところで、フーリエ変換が可能なのは、離散データの場合、絶対可積分であるという条件があった。それに加えて重要な概念は、定常過程 x_t が $t \rightarrow \infty$ である時に、十分早く 0 に近づくことである。けれども、通常の時系列データについて、この条件が満たされることはまずほとんどといてない。

自己共分散関数が用いられる理由の一つには、系列 x_t の自己共分散関数を $\gamma(\tau) = R_{xx}(\tau)$ としたとき、 $\tau \rightarrow \infty$ ならば、十分に早くそのフーリエ変換が 0 に近づくという性質を持っているからである³⁶。ここで、 τ は時間間隔を表している。

いま、 x_t が定常過程に従うものとする。このとき、任意の τ に対して、 $E[x_{t+\tau}x_t]$ は定常性の仮定から t にはよらず τ のみの関数であり、 x_t の自己共分散関数は、

$$R_{xx}(\tau) = \lim_{N \rightarrow \infty} \frac{1}{N} \sum_{t=1}^N (x_{t+\tau} - \mu_x)(x_t - \mu_x) \quad (91)$$

で与えられる。ただし、

$$\mu_x = \lim_{N \rightarrow \infty} \frac{1}{N} \sum_{t=1}^N x_t \quad (92)$$

である。さらに、

$$\sum_{\tau \rightarrow -\infty}^{\infty} |R_{xx}(\tau)| < \infty \quad (93)$$

を今後仮定する。これは、連続データの場合における絶対可積分に対応するもので、自己共分散関数を無限個足し合わせたものは有限の値をとることを意味している。言い換えるなら、自己共分散関数の値は、 $\tau \rightarrow \infty$ となる場合に、0 へと十分にはやく収束することを表している。

このとき、自己共分散関数のフーリエ変換、

$$P_{xx}(f) = \sum_{\tau=-\infty}^{\infty} R_{xx}(\tau) e^{-i2\pi f\tau} \quad (94)$$

³⁶ つまり、自己共分散係数が、時間間隔 τ が大きくなるにつれて急速に 0 へと近づくことを意味する。

を定常過程 x_t のスペクトル密度関数 (パワースペクトル) と定義している³⁷。同様にして、パワースペクトルが与えられると、逆フーリエ変換によって、

$$R_{xx}(\tau) = \int_{-\frac{1}{2}}^{\frac{1}{2}} P_{xx} e^{i2\pi\tau} df \quad (97)$$

が与えられる。これら2つの式は、ウィーナー・ヒンチンの公式と呼ばれ、確率過程のスペクトル解析における基本的な概念の1つである。

また、自己共分散関数を正規化した自己相関関数

$$\rho_{xx}(\tau) = \frac{R_{xx}(\tau)}{R_{xx}(0)} \quad (98)$$

をフーリエ変換したものは正規化パワースペクトルと呼ばれ、よく使われている。

$$q_{xx}(f) = \sum_{\tau=-\infty}^{\infty} \rho_{xx}(\tau) e^{-i2\pi f\tau} \quad \left(-\frac{1}{2} \leq f \leq \frac{1}{2}\right) \quad (99)$$

$$\rho_{xx}(\tau) = \int_{-\frac{1}{2}}^{\frac{1}{2}} q_{xx}(f) e^{i2\pi f\tau} df \quad (\tau = 0, \pm 1, \pm 2, \dots) \quad (100)$$

5.2.2 パワースペクトルの推定

まず、自己共分散関数のパワースペクトルを推定した。その結果が図11である。基本的に、5までの周期が相対的に見て強いパワーをもっていることが伺える。特に、周期2がもっとも強く、次に周期5のパワースペクトルが続く。一方、自己相関関数のパワースペクトルをもとめた結果が、図12である。自己相関分析のパワースペクトルについては、周期5のスペクトルがもっとも強いパワーを示している。そして、周波数が高まるにつれて、TFPの自己相関関数のパワースペクトルは高まっている。もっとも、周期が5の波のパワースペクトル以外は、それほど大きな違いは見られないということもできるだろう。

³⁷ 89式との関係を説明するなら、次のとおりである。周期 T は今回の分析の期間であり、単位は年である。さらに、 T を M 個に分割を行うわけであるが、歴年として計測期間 T を分割する。以上を踏まえ、さらに $k_m = \frac{m}{M}$ と置き換えるなら、89式と90式は次のように書き換えられる。

$$\hat{F}_m = \sum_{n=0}^{M-1} f_n e^{-2ik_m n\pi} \quad (95)$$

$$f_n = \frac{1}{T} \sum_{m=0}^{M-1} \hat{F}_m e^{2ik_m n\pi} \quad (n = 1, 2, \dots, M-1) \quad (96)$$

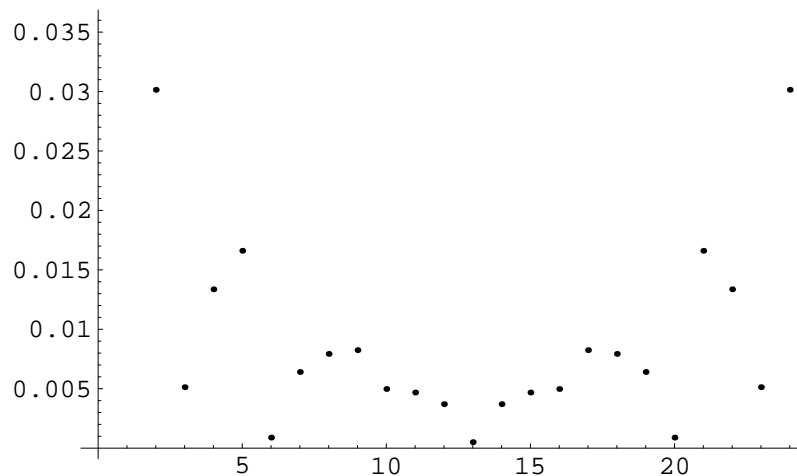


図 11: 自己共分散関数のパワースペクトル

以上から、TFPの変動に対して影響をあたえる波の周期は5がもっともつよく、また低い周期ほど強い影響をもつことがわかる。つまり、大きな波がもつ影響度合いよりも、小さな波が持つ影響の方が強いのだと言える。

では、周期が5の波とはどういったものなのか。考えられるのは、景気循環である³⁸。ARIMAモデルの予測で述べたように、TFPの動きは景気循環の動きに近い形で変動している。これは、景気の良し悪しが、資本や労働などに対して与える影響のうち、それらへと反映されなかったものが効率性の低下としてTFPに影響を与えるのである。さらに言うなら、2～5年程度の短期的な景気変動が、TFPの動きに対して強い影響を与えていると言えるだろう。つまり、景気循環の動きがTFPの変動に与える影響が強いという一般的な議論を裏付ける結果であると思われる。

5.3 ARMAモデルのパワースペクトル

次に、ここではARIMAモデルのパワースペクトルについて考察する。前節での分析結果から、TFPの動きの中には、自己回帰的な側面があることを示唆する結果が得られた。ARIMAモデルのパワースペクトルをもとめることで、モデルを複数の周期性波に分解し、

³⁸ 岡部(1999)によるなら、戦後の日本の景気循環は平均51ヶ月(景気の拡張期間と後退期間を足し合わせている)と示されている。

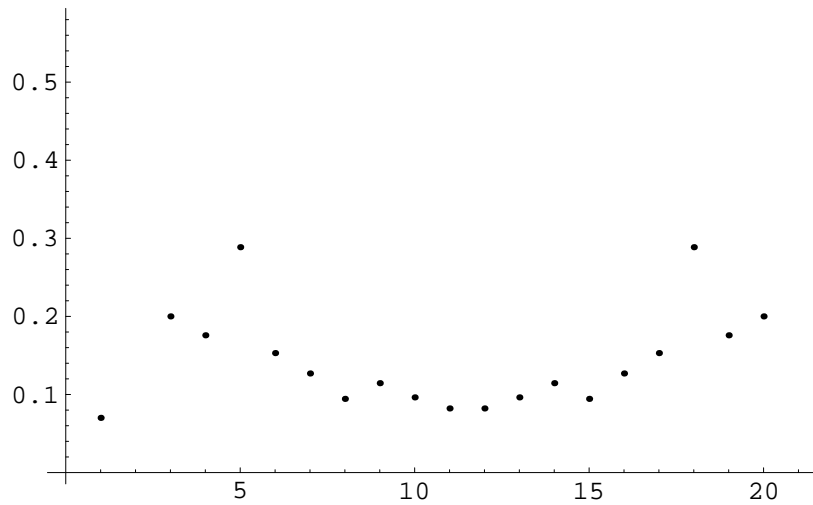


図 12: 自己相関関数のパワースペクトル

いかなる周期性を持った波がもっとも強いパワーを持つのかを明らかにすることができる。ここでの議論は、技術進歩の自己回帰過程の周期性と、その周期を表すと考えられる。

x_t をシステムへと入力した際に出力される y_t との関係性を線形和で表すことができる、線形システムのインパルス応答関数と周波数応答関数について考えてみる。いま、 m のラグをもつ定常過程 x_t の入力が出力 y_t に与える影響の大きさは、インパルス応答関数 h_m によって、

$$y_t = \sum_{m=-\infty}^{\infty} h_m x_{t-m} \quad (101)$$

と表すことができる。ただし、

$$\sum_{m=-\infty}^{\infty} |h_m| < \infty \quad (102)$$

である。このとき出力 y_t のパワースペクトル $P_{yy}(f)$ と入力 x_t のパワースペクトル $P_{xx}(f)$ は、

$$P_{yy}(f) = |A(f)|^2 P_{xx}(f) \quad \left(-\frac{1}{2} \leq f \leq \frac{1}{2}\right) \quad (103)$$

で与えられる。ここにおいて、 $A(f)$ は時不変線形システムの周波数応答関数と呼ばれ、

$$A(f) = \sum_{t=-\infty}^{\infty} h_t e^{-i2\pi ft} \quad \left(-\frac{1}{2} \leq f \leq \frac{1}{2}\right) \quad (104)$$

によって与えられる。104 式は、周波数応答関数 $A(f)$ がインパルス応答関数 h_t のフーリエ変換によって与えられることを示している。また、103 式は、時不変線形システムの出

力のパワースペクトルと入力のパワースペクトル $P_{xx}(f)$ が与えられれば周波数応答関数が得られ、それによってシステムの性質が周波数領域において捉えられることを示している。

いま、

$$x_t = e^{i2\pi ft} \quad (105)$$

と置くと、101式は、

$$\begin{aligned} y_t &= \sum_{m=-\infty}^{\infty} h_m e^{i2\pi f(t-m)} \\ &= \left\{ \sum_{m=-\infty}^{\infty} h_m e^{-i2\pi fm} \right\} e^{i2\pi ft} \\ &= A(f) e^{i2\pi ft} \end{aligned} \quad (106)$$

となる。これはシステムの周波数応答関数は、入力 $e^{i2\pi ft}$ と出力 y_t とから求められることを示している。

5.3.1 ARMA モデルのパワースペクトル推定式

まず、自己回帰モデルが AR(p)、

$$x_t = \sum_{m=1}^p a_m x_{t-m} + u_t \quad (107)$$

で表されるとする。このとき、103式から、システムの周波数応答関数とホワイトのノイズのパワースペクトルがわかれば、自己回帰過程のパワースペクトルが得られることになる。

107式に、

$$\begin{aligned} u_t &= e^{i2\pi ft} \\ x_t &= A(f) e^{i2\pi ft} \end{aligned}$$

を代入して整理すると、

$$A(f) e^{i2\pi ft} \left\{ 1 - \sum_{m=1}^p a_m e^{-i2\pi ftm} \right\} = e^{i2\pi ft} \quad (108)$$

$$A(f) = \frac{1}{1 - \sum_{m=1}^p a_m e^{-i2\pi ftm}} \quad (109)$$

となり、ホワイトノイズのパワースペクトルが σ^2 であることをもちいると、103式から

$$P_{xx}(f) = \frac{\sigma^2}{\left| 1 - \sum_{m=1}^p a_m e^{-i2\pi ftm} \right|^2} \quad (110)$$

が得られる。これが AR(p) モデルのパワースペクトルである。

次に MA(q) モデルが、

$$x_t = u_t - \sum_{k=1}^q b_k u_{t-k} \quad (111)$$

についても、同様にしてパワースペクトルは、

$$P_{xx}(f) = \sigma^2 \left| 1 - \sum_{k=1}^q b_k e^{-i2\pi fk} \right|^2 \quad (112)$$

として与えられる。

以上から、ARMA(p,q) モデルが、

$$x_t - \sum_{m=1}^p a_m x_{t-m} = u_t - \sum_{k=1}^q b_k u_{t-k} \quad (113)$$

として表される場合、ARMA モデルのパワースペクトルは、

$$P_{xx}(f) = \frac{\left| 1 - \sum_{k=1}^q b_k e^{-i2\pi fk} \right|^2}{\left| 1 - \sum_{m=1}^p a_m e^{-i2\pi f m} \right|^2} \sigma^2 \quad (114)$$

となる。

図13は、ARIMA モデルのパワースペクトルである。TFP 系列のパワースペクトル同様

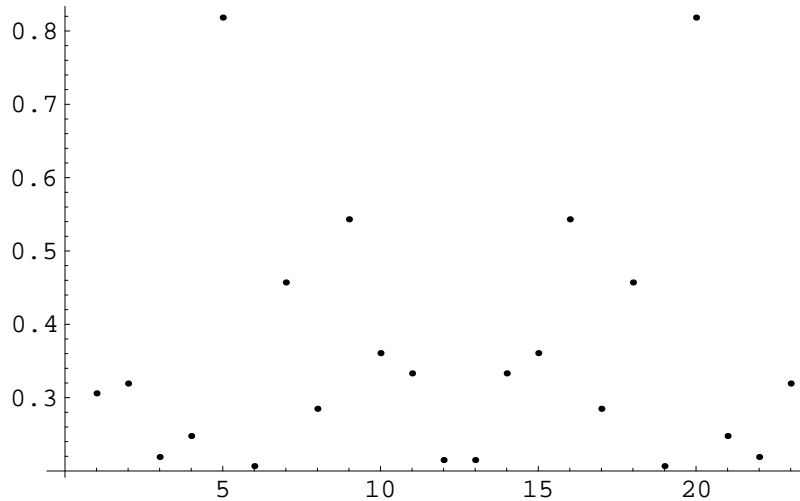


図 13: ARIMA モデルのパワースペクトル

に、ARIMA モデルについても周期 5 の波のもつ寄与がもっとも強いとする結果が得られた。ただし、その他の波については、これまでの先ほどの結果とは異なり、7 年や 9 年の周期性をもつ波のパワーが強く出ている。

5.4 まとめと考察

本節では、TFPに対して景気循環が与える影響が強いとする仮説を検証してきた。これは、景気の悪化する局面においては、資本や労働の調整が円滑に進まないため、それらの効率性の低下が全てTFPへと反映されるとする議論である。同様に、景気の拡大局面では、逆の影響がTFPへと与えられる。

TFP原系列のパワースペクトルからは、周期5年の波がもっとも強い影響力をもつことが明らかになった。すなわち、TFPは、5年周期の外生的な変化による影響をもっとも受けているのだと言える。また、4年周期の波の影響も強く、よって、短い波の影響をより強く受けるのだと言えるだろう。

一方、ARIMAモデルのパワースペクトルでは、周期5の波の影響がもっとも強く、それに次いで周期9と周期7の波の影響が強く出ている。これはおそらく、新しい技術が産み出された後、自己回帰的なかたちで次の技術が産み出される周期が、だいたい5年から9年という周期的な波に乗っているのではないかと考えられる。つまり、技術進歩の自己回帰的な変化は、5年から9年の間に生じると言えるだろう。

以上から、TFPについては、3年から5年にかけての周期的な波の影響が強いことが理解できる。一方、技術進歩の自己回帰性については、5年から9年の周期的な側面を有すると考えられる。言い換えるなら、TFPの変動は、この周期に乗った形で趨勢的な変動を繰り返しているのだと言える。そして、そのトレンドから乖離するのは、状態空間モデルの節で述べたような経済変数の動きによる水準の変化や、バブル景気やオイルショックなどの外生的なショックによる部分が大きいのではないかと考えられる。

6 総括

6.1 結論

本稿では、TFP を技術進歩に従う部分と景気循環に従う部分に分け、それぞれについて分析を行ってきた。まず、状態空間表現を用いて技術進歩を説明する変数間関係を記述し、カルマンフィルタによって技術進歩の推定・予測を行った。時変パラメータモデルによる状態空間モデルによる推定値は、重回帰モデルによる予測に比べて、バブル期などの外生的なショックが経済活動に対して顕著なほどの影響を与える時期について、高い精度をもった予測が可能であることが明らかになった。一方で、長期的な TFP の趨勢を予測する手法としては、重回帰モデルも十分に強力な手法であることも明らかになった。以上から、(1)TFP の変化にとって技術進歩の説明力は大きく、(2)TFP の予測可能性も高いこと、(3)しかしながら、大きな外生的ショックがある場合には、状態空間モデルを用いたとしても、推定値の誤差は1期程度のラグをもってしまうこと、などを述べることができる。

また、ARIMA モデルによる予測では、(甲)短期的には TFP の趨勢的変動を表すものとしては威力を発揮するが、(乙)長期的にはほとんど予測困難である、ということが分析から得られた。これは、産み出された技術が直近の新しい技術を産み出す原動力となる可能性を示唆するものの、長い時間(特に5年以上)で見た場合には、説明力を持たないということの意味している。そして、直近の技術の説明力にしても、その平均的な変化を示すにとどまっている点に鑑みるなら、技術が自己回帰的に産み出されるということはベースとしてあり得たとしても、実際に産み出される技術は状態空間モデルで用いた経済変数による部分が多くを占めるのではないかと考えられる。

最後に、TFP 系列のパワースペクトルをもとめ、いかなる周期性をもった波が TFP に対して大きな影響を与えているのかについての分析を行った。TFP に対して強い影響を与えている波は5年周期の波であった。これは、景気の変動に近い周期であると考えられる。一方、ARIMA モデルのパワースペクトルは、5年から9年の周期の波が持つ影響がもっとも大きかった。これらから、(A)TFP 系列は5年程度の周期性を持った波から大きな影響を受けていること、(B)技術進歩は5年から9年程度の自己回帰的な変動を見せていること、などが結論として述べられる。特に後者は、技術が新しい技術を産み出すまでの過程

が、おおよそ5年から9年の間にあることを示唆していると考えられる。

6.2 政策提言

これまで、TFPの動きに関して、その予測可能性や変動の持つ周期性などの情報について分析をしてきた。その結果、たしかに景気循環や自己回帰的な要因によるTFPの変化は見られているものの、その他の大部分は、いくつかの経済変数によって説明可能であることが明らかになった。

従来は外生的に与えられると考えられていた技術進歩を説明できる経済変数があるという事は、それらの経済変数を変化させることによってTFPを高めることも可能であることを示唆しているのである。今後、労働力人口の不足によって日本の潜在成長力が低下すると言われている中であって、TFPのもつ成長寄与が重要になると考えられる。よって、ここでは、TFPを高めるために必要なことに関する政策提言を行う。

第1は、労働者の質を高めることである。これは、効率性の改善による経済全体の効率化をもたらすだけでなく、新しい技術を産み出す源泉にもなりうる。例えば、教育施設や研究施設の充実は、労働者の質を高め、将来においては新しい技術を産み出す原動力となりうると考えられる。また、家計についても、教育支出の拡大を行えば、同様の効果が得られると考えられる。

第2は、情報関連資本ストックの蓄積と質の向上である。昨今、技術水準の上昇は、それを解析し新しいものを産み出すという点から見ても、情報関連資本の存在を抜きには考えることができない。なぜなら、高度化された計算や理論の精緻化、シミュレーションなどには、コンピューター技術が欠かせないからである。よって、これらの整備と自由な環境、ならびにこれらを使いこなすことのできる技術者を産み出すことが、技術進歩にとっては重要となる。

第3は、研究開発投資の奨励である。一概に研究開発投資といっても、その内訳は(1)民間企業、(2)政府系研究機関、(3)民間研究機関、(4)大学等研究機関、などに分けることができる。おそらく、マクロの技術進歩に対する影響力はそれぞれ異なると考えられるが、これらの投資を活性化させる政策は必要であると考えられる。また、外国から最先端の科

学技術を輸入するという点も重要であるので、技術輸入を促進させることも必要である。

以上

A 重回帰モデルによる TFP の要因分解

本稿では、状態空間モデルを用いて TFP の予測可能性について議論を行った。けれども、単純な重回帰分析との比較において、依然と状態空間モデルによる推定の精度は測られていない。ここでは、重回帰分析による TFP の予測を行い、その予測精度についての分析を行う。

ここで用いる説明変数は、次に示す通りである。研究開発投資関連について1次のラグ

変数		
ICAP	x_t^1	情報関連資本ストック
IC	x_t^2	情報関連資本ストックの質
RHE	x_t^3	家計教育支出
RD	x_t^4	研究開発投資
RDCOP	x_t^5	民間企業研究開発投資
RDGOV	x_t^6	政府系研究機関による研究開発投資
RDPER	x_t^7	民間研究機関による研究開発投資
RDUNV	x_t^8	大学等研究開発投資
IMTEC	x_t^9	技術輸入額

注1) 研究開発投資関連の指標は1次のラグ、それ以外は全て時点 t のものである。

注2) デフレータによって実質化している

をとる理由は、それらの投資がその期における TFP の変化に寄与するとは考えがたいからである。おそらく、数期のラグをもって、影響すると考えられる³⁹。これらの変数を多重共線性などを考慮にいれて、ステップワイズ重回帰分析を行った。ステップワイズ法とは、統計的な指標によって、変数の選択を行うための方法である。また、変数は全て対数を取っている。結果は、表14に示している。説明変数の組み合わせとしては、(1), (2), (4), (5)が有力であるが、それぞれの重回帰モデルの統計量と理論的背景に鑑みて、第(5)式を選択した。モデルの推定結果は表15の通りである。研究開発投資や技術輸入など t 値の低いものも見られるが、ここでは敢えて加えている。また、ダービン・ワトソン比は判定不能区間ではあるが、弱い正の系列相関を示していると思われる。これは、TFPの予測に関して、ARMAモデルなどの分析が有用であることを意味していると解される。

³⁹ 数期分のラグをとったが、1次のラグがもっとも効果的であった。

表 14: 各重回帰モデルのF 値と決定係数

	説明変数の組み合わせ	$adj.R^2$	F 値
(1)	x_t^1, x_t^2, x_t^9	0.998	3913
(2)	$x_t^1, x_t^2, x_t^4, x_t^9$	0.998	3546
(3)	$x_t^1, x_t^2, x_t^3, x_t^9$	0.997	2193
(4)	$x_t^1, x_t^2, x_t^5, x_t^8, x_t^9$	0.998	3463
(5)	$x_t^1, x_t^2, x_t^3, x_t^4, x_t^9$	0.998	3269
(6)	$x_t^1, x_t^2, x_t^3, x_t^5, x_t^8, x_t^9$	0.998	2191

表 15: 推定結果

変数	係数	(t 値)
定数項	6.58999	(3.41)
lnICAP	-.275934	(-6.75)
lnIC	.029392	(4.07)
lnRHE	.153303	(1.94)
lnRD(-1)	.102002	(1.48)
lnIMTEC	.023432	(1.15)
$adj.R^2$.9986	DW 1.41

ここで、TFP の観測値と重回帰モデルによる予測値のグラフを図 14 に挙げておく。図 14 に表した推定結果からは、次のことが指摘できる。第 1 に、おおむね重回帰モデルによる予測は、観測値の趨勢的な動きを捉えている。特に、70 年代の TFP の低下や 88 年以降の動きについて、正確な把握をしていると言える。

第 2 には、しかしながら、バブル期の変動については、精度は高くないということである (図 15)。これは、バブル景気の中で生じたショックに対して、重回帰モデルがその情報を取り入れるシステムを有していないためであると考えられる。よって、これら短期的なショックや構造変化を取り入れることができるモデルがあるなら、高い精度をもって TFP の動きを予測することが可能であると考えられる。

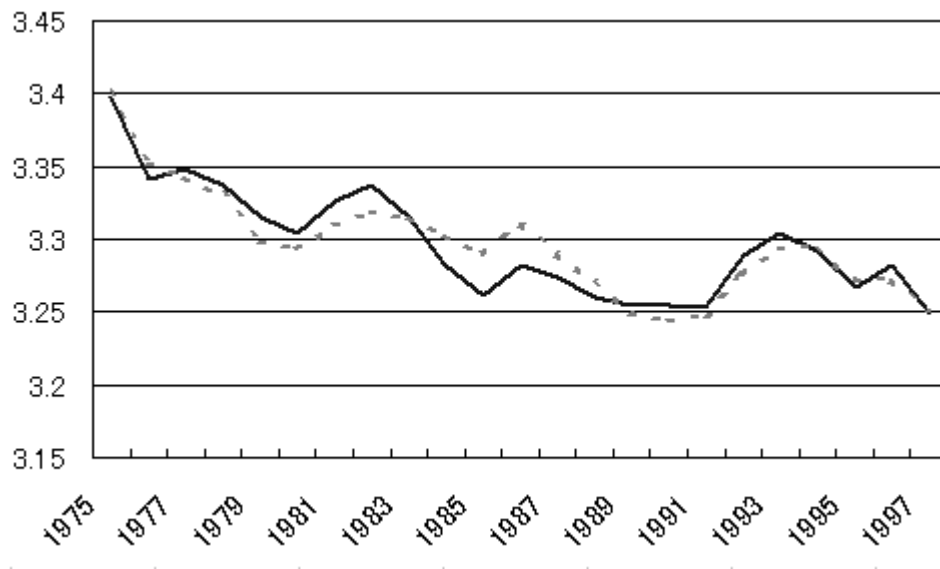
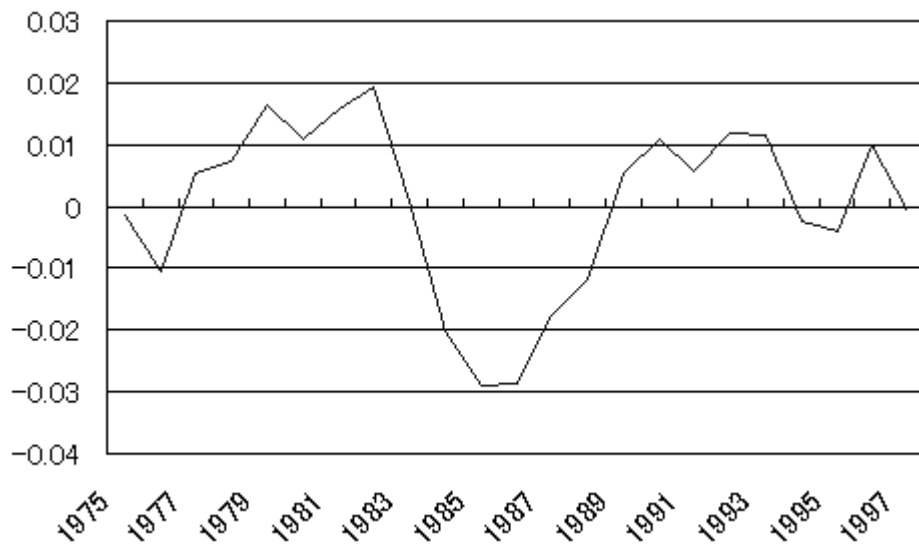


図 14: 重回帰モデルによる推定結果

実線：観測値
 点線：予測値
 縦軸：TFP 成長率

図 15: 予測誤差



B 情報関連ストックの推計方法

ここでは、情報関連資本ストックの推計方法についてまとめることにする⁴⁰。まず、 t 期における資本ストック (k_t) を次のように定式化する。

$$K_t = I_t + (1 - \delta)K_{t-1}$$

但し、 I_t 、 δ 、 K_{t-1} 、それぞれ t 期の投資額、除去率、時点 t から見て1期前の投資額である。 t 期以前について、情報化投資と除去が毎年一定の率で続いていたと仮定すると、

$$K_{t-1} = \frac{(1 - \delta)^{t-1} * I_t}{(1 + g)^t} + \frac{(1 - \delta)^{t-2} * I_t}{(1 + g)^{t-1}} + \dots + \frac{I_t}{(1 + g)}$$

但し、 g 、 δ は、情報化投資の長期平均増加率、ストックの長期平均除去率である。ここで、 $\epsilon = \frac{(1 - \delta)}{(1 + g)}$ 、($0 < \epsilon < 1$)とおくと、

$$K_{t-1} = \frac{I_t(\epsilon^t + \epsilon^{t-1} + \dots + \epsilon)}{(1 - \delta)}$$

となり、 $\epsilon^t \doteq 0$ であることから、

$$K_{t-1} \doteq \frac{I_t}{(g + \delta)}$$

が導かれる。

したがって、74年以前の長期平均増加率および除去率を75年からの5年間の平均値で代替すれば、基準となる74年末のストック量は、次の式で求めることができる。

$$K_{74} \doteq \frac{I_{75}}{(g + \delta)}$$

除去率(δ)は、篠崎(1999)に従い15.8%とした。また、 g は75年から5年間の情報化投資の平均増加率をもちいている。推計した結果は、表16である。

⁴⁰ 推計方法は、篠崎(1999)、経済企画庁(1997)を参考にしている。また情報関連投資のデータは篠崎(1999)による推計値を用いている。

表 16: 情報関連ストックの時系列データ

年度	実質情報化投資	実質情報ストック
75	1209510	6654869.395
76	1265583	7920452.395
77	1330393	9250845.395
78	1435521	10686366.4
79	1516625	12202991.4
80	1573886	13776877.4
81	1697983	15474860.4
82	1951964	17426824.4
83	2305882	19732706.4
84	2895507	22628213.4
85	3675211	26303424.4
86	4511083	30814507.4
87	5592307	36406814.4
88	6811759	43218573.4
89	7507766	50726339.4
90	7744981	58471320.4
91	8370602	66841922.4
92	7532011	74373933.4
93	7275975	81649908.4
94	8483321	90133229.4
95	10532369	100665598.4
96	13612681	114278279.4
97	14101718	128379997.4

1:)1990 年を基準に実質化

2:) 単位は 100 万円

C 情報関連資本ストックの質の推計方法

本稿では、技術進歩の源泉の1つとして、情報関連資本ストックの質を取りあげている。しかしながら、情報関連資本ストックの質を計測することは、その範囲と指標の不安定性を考えるなら、非常に困難であることは容易に想像ができる。

こういった背景のなかにあつて、昨今、注目を集めているのが、ヘドニックアプローチによる価格指数の計算である。この手法は、従来のラスパイレス指数やバーシェ指数とは異なり、価格指数を計算しようとする財の性質が価格へと反映されるとするキャピタリゼーション仮説に立脚するもので、通常用いられているデフレータに比べて信用性の高い指標であると言える⁴¹。

そこで本稿では、ヘドニックアプローチを用いて白塚(1998)によって計測されたパソコンの質的变化に関する推計結果をもとにして、1974年からの質の向上を計測した。

ここで、次の2つを仮定している。第1は、情報関連資本ストックの質的变化は、パソコンの質的变化によって代表されるというものである。第2は、質の変化は、長期的に見た場合、一定割合で動いているというものである。

第2の仮定については、次のように質的变化を計測した。まず、白塚(1998)によって計測された質の変化率を表17に示す。ここで、パソコンの質は、クロック周波数とメモリ、

表 17: パソコンの質の変化

	クロック周波数(CPU)	メモリ	ハードディスク容量
90年～94年	0.321	0.0654	0.0567

ハードディスクの容量によって表されると考えている。

次に、一定の成長率で質が変化すると考え、質の水準を次のように計算した。まず、1期間辺りの変化率を r とし、質の水準を x 、時間を t とすると、ある時点における瞬間の質的变化は、

$$\frac{dx}{dt} = r x$$

⁴¹ キャピタリゼーション仮説やヘドニックアプローチについては、に説明が詳しい。

として表される。これを变形すると、

$$\frac{dx}{x} = r dt$$

となる。これを解くと一般解は、

$$\begin{aligned} \log x &= rt + C \\ x &= Ae^{rt} \quad (A = e^C) \end{aligned}$$

が得られる。ここにおいて、0期での質を1と基準化するなら、

$$x = e^{rt} \tag{115}$$

が一般解を表している。この115式を用いて、クロック周波数やメモリ、ハードディスクの質的变化を推計した。その結果が、表18である。

表 18: パソコンの質的变化の推計結果

歴年	クロック周波数	メモリ	ハードディスク
74	1.00	1.00	1.00
75	1.92	2.73	5.30
76	2.67	4.51	12.23
77	3.70	7.45	28.18
78	5.14	12.32	64.94
79	7.13	20.35	149.65
80	9.89	33.64	344.82
81	13.72	55.58	794.53
82	19.04	91.85	1830.74
83	26.42	151.79	4218.35
84	36.66	250.82	9719.79
85	50.86	414.46	22396.05
86	70.56	684.88	51604.28
87	97.90	1131.72	118904.98
88	135.83	1870.10	273977.15
89	188.45	3090.22	631289.60
90	261.46	5106.40	1454597.80
91	362.75	8437.99	3351638.87
92	503.29	13943.23	7722741.68
93	698.26	23040.29	17794500.38
94	968.77	38072.59	41001532.42
95	1344.07	62912.49	94474451.37
96	1864.76	103958.80	217685082.40
97	2587.17	171785.17	501583173.00

D データの出所

変数	出所
実質国民総生産	[経済企画庁] 国民経済計算年報
民間資本ストック	[経済企画庁] 四半期別民間企業資本ストック確報
平均月間就業者数	[労働省] 労働力調査
平均就業時間 ^{注2}	[労働省] 毎月勤労統計調査
情報関連資本ストック	補論 B を参照
情報関連資本ストックの質	補論 C を参照
家計教育支出	[経済企画庁] 国民経済計算年報
研究開発投資	科学技術庁編 (1999)
民間企業研究開発投資	同上
政府系研究機関による研究開発投資	同上
民間研究機関による研究開発投資	同上
大学等研究開発投資	同上
技術輸入額	同上

注1) デフレーターによって実質化している。

注2) 事業所規模が5人以上での、労働者一人の1月あたりの労働時間である。

参考文献

- [1] 秋山裕(1999)『経済発展論入門』(東洋経済新報社)
- [2] 占部博信(1999)『基礎過程 複素関数論』サイエンス社
- [3] 岡部光明(1999)『経済動功と金利予測』慶応義塾大学湘南藤沢学会
- [4] 尾崎統・北川源四郎(1998)『統計科学選書5:時系列解析の方法』朝倉書店
- [5] 科学技術庁編(1999)『平成11年 科学技術白書』大蔵省印刷局
- [6] 刈屋武昭(1985)『計量経済分析の基礎と応用』東洋経済新報社
- [7] 川崎弘尚・酒井英昭(1989)『現代スペクトル解析』森北出版
- [8] 経済企画庁編(1997)『平成9年度 経済白書』大蔵省印刷局
- [9] 篠崎彰彦(1999)『情報革命の構図』東洋経済新報社
- [10] 白塚重典(1998)『物価の経済分析』東京大学出版会
- [11] 杉原俊夫(1998)『適応的モデルによる経済時系列分析』工学図書株式会社
- [12] 谷崎久志(1993)『状態空間モデルの経済学への応用』日本評論社、神戸学院大学経済学研究叢書
- [13] 日野幹雄(1997)『スペクトル解析』朝倉書店
- [14] 広松毅・浪速貞夫(1990)『統計ライブラリー:経済時系列分析』朝倉書店
- [15] —————(1997)『経済時系列分析の基礎と実際:非定常モデルの応用』
- [16] 福田礼次郎(1997)『理工系の基礎数学 フーリエ解析』岩波書店
- [17] 船越満明(1997)『理工系数学のキーポイント9:キーポイント フーリエ解析』
- [18] 堀田朋也(1999)『東アジアの高成長の源泉に関する実証的再検討』湘南藤沢学会(岡部研究会 1999年度春学期研究報告)

- [19] 溝口敏行・刈屋武昭(1988)『経済時系列分析入門』日本経済新聞社
- [20] 蓑谷千鳳彦(1997)『数量経済分析シリーズ第1巻：計量経済学』多賀出版
- [21] 和合肇・伴金美(1996)『TSPによる経済データの分析 第2版』東京大学出版会